

Проценты

Задачи «на проценты» часто встречаются на различного рода соревнованиях, тестах, экзаменах. Нередки они и в олимпиадной практике. Разберем несколько примеров и предложим задания для самостоятельного решения.

Пример 1. Разложите 80 тетрадей в стопки так, чтобы число тетрадей одной из них составило 60% числа тетрадей другой стопки.

Решение. Обозначим число тетрадей в первой стопке через x . Тогда, согласно условию, число тетрадей во второй стопке составляет $80 - x$. Так как число тетрадей в одной стопке составляет 60% числа тетрадей другой стопки, то получаем следующее уравнение:

$$\frac{x}{100} \cdot 60 = 80 - x.$$

Решая данное уравнение получаем, что $x = 30$. Отсюда, в одной стопке 30 тетрадей, а во второй 50 тетрадей.

Ответ: 30 тетрадей; 50 тетрадей.

Пример 2. Цену картофеля повысили на 20%. Через некоторое время её понизили на 20%. Когда картофель стоил дешевле: до повышения или после снижения?

Решение. Пусть первоначально картофель стоил x . После повышения он стал стоить $1,2x$. После того как цену снизили картофель стал стоить:

$$1,2x - \frac{1,2x}{100} \cdot 20 = 1,2x - 0,24x = 0,96x.$$

Таким образом, картофель до повышения стоил дороже.

Ответ: до повышения.

Пример 3. Цены снизили на 20%. На сколько процентов больше товара можно купить на ту же зарплату?

Решение. Пусть цена товара первоначально была x , а зарплата y . Тогда до снижения цен можно было купить $\frac{y}{x}$ товара. После снижения, товар стал стоить:

$$x - \frac{x}{100} \cdot 20 = x - 0,2x = 0,8x.$$

Поэтому теперь можно купить $\frac{y}{0,8x} = \frac{1,25y}{x}$ товара на ту же зарплату. Таким образом товара можно купить больше на 25%.

Ответ: на 25% больше.

Пример 4. В классе не менее 95,5% и не более 96,5% учеников учатся без двоек. При каком наименьшем количестве учеников это возможно?

Решение. Так как хотя бы один двоечник в классе есть, то меньше всего учеников будет в классе, где двоечник только один. Поскольку двоечников – не более 4,5% от общего числа учеников, то всего в классе не менее $1 : 0,045 = 22\frac{2}{9}$ человек, то есть не

менее 23 человек. Класс из 23 учеников, среди которых ровно один двоечник, удовлетворяет условию задачи.

Ответ: 23 ученика.

Пример 5. Буратино и папа Карло планировали положить свои капиталы на общий счёт в банк “Навроде” под 500% годовых, рассчитывая через год забрать вклад величиной F . Крах банка изменил их планы. Буратино подарил часть своих золотых папе Карло, а остальные положил в банк “Обирон”, даже не поинтересовавшись процентной ставкой. Папа Карло присоединил полученные золотые к своему капиталу и сделал вклад в банк “Вампириал” под 50% годовых. Ровно через год они забрали свои вклады. Оказалось, что папа Карло получил $F/6$, а Буратино – в три раза меньше. Сколько процентов годовых выплачивает банк “Обирон”?

Решение. Допустим, что Буратино положил в “Обирон” x золотых, а папа Карло – в “Вампириал” y золотых. Тогда их совместный капитал составляет $x + y$. Первоначально они предполагали получить $6 \cdot (x + y) = F$ золотых. Фактически папа Карло получил $3y/2 = F/6$. Отсюда $y = F/9$, $x + y = F/6$, $x = F/6 - F/9 = F/18$. Буратино получил в три раза меньше папы Карло, т.е. $(F/6):3 = F/18$. Таким образом, прибыль Буратино составила $F/18 - x = F/18 - F/18 = 0$ золотых. Т.е. банк “Обирон” выплачивает 0% годовых.

Ответ: 0% годовых.

Пример 6. Статистика знает всё. В городской думе города Урюпинска 60% всех депутатов считают секвестр полезной мерой для экономики, 30% - вредной, а оставшиеся 10% стесняются произнести это слово вслух. В то же время остальные взрослые жители Урюпинска (не являющиеся депутатами) имеют другое мнение: лишь 10% из них считают секвестр полезным для экономики, 20% - вредным, а остальные 70% думают, что секвестр – это садовые ножницы. Сколько процентов всех взрослых жителей Урюпинска считают секвестр полезной мерой для экономики, если вредным его считают 20,01% из них?

Решение. Обозначим через x число депутатов, а через y - число оставшихся взрослых жителей, и сведём все данные в таблицу:

	Полезен	Вреден	Не знают
x	60%	30%	10%
y	10%	20%	70%
$x + y$?	20,01%	?

Из столбца “Вреден” этой таблицы следует уравнение $0,3x + 0,2y = 0,2001(x + y)$. Откуда, $0,0999x = 0,0001y$ или $999x = y$. Искомый результат равен:

$$100 \cdot \frac{0,6x + 0,1y}{x + y} = 100 \cdot \frac{0,6x + 99,9x}{1000x} = 10,05 \text{ процента.}$$

Ответ: 10,05%.

Упражнения для самостоятельного решения

1. Студент купил 2 книги, уплатив за них 6 рублей. Если бы первая стоила на 25% меньше, а вторая – на 50% больше, то цены книг были бы одинаковые. Сколько денег уплатил студент за каждую книгу?

Ответ: 4 руб. и 2 руб..

2. Процесс очищения воды в водохранилище от содержания в ней тяжёлых металлов состоял из четырёх этапов. На каждом из этапов содержание уменьшалось на определённое количество процентов по отношению к их количеству на предыдущем этапе: на первом этапе – на 25%, на втором – на 20%, на третьем – на 15%, на четвёртом – на 10%. На сколько процентов в результате уменьшилось их содержание?

Ответ: на 54,1%.

3. К 22 часам 20% непроголосовавших к 18 часам человек проголосовало, после чего процент непроголосовавших людей составил 32%. На сколько процентов увеличилось количество проголосовавших к 22 часам по сравнению с проголосовавшими к 18 часам?

Ответ: на $13\frac{1}{3}\%$.

4. В библиотеке имеются книги на английском, французском и немецком языках. Английские книги составляют 36% всех книг на иностранных языках, французские – 75% английских, а остальные 185 книг – немецкие. Сколько книг на иностранных языках в библиотеке?

Ответ: 500 книг.

5. Букинистический магазин продал книгу со скидкой 10% с назначенной цены и получил при этом 8% прибыли. Сколько процентов прибыли первоначально полагал получить магазин?

Ответ: 20%.

6. Фермер получил кредит в банке под определённый процент годовых. Через год фермер в счёт погашения кредита вернул в банк $\frac{3}{4}$ от всей суммы, которую он должен банку к этому времени, а ещё через год в счёт полного погашения кредита он внёс в банк сумму на 21% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту в данном банке?

Ответ: 120%.

7. После двух последовательных повышений зарплата увеличилась в $1\frac{7}{8}$ раза. На сколько процентов повысилась зарплата в первый раз, если второе повышение по количеству процентов было вдвое больше, чем первое?

Ответ: на 25%.

8. Цена товара снижена на 40%, а зарплата дважды увеличивалась на 20%. На сколько процентов больше можно купить товара после снижения цен и повышения зарплаты?

Ответ: на 140%.

9. За наблюдаемый период на 90% всех дней приходилась ясная погода. Гидрометцентр в тот же период предсказывал верную погоду в 74 случаях из 100, причём в 80% всех случаев, когда на день приходилась ясная погода, предсказания Гидрометцентра сбывались. Какую долю среди пасмурных дней составляют те, в которых Гидрометцентр предсказал правильную погоду?

Ответ: 20%.

10. Фирма продала 3 партии автомобилей. Во второй партии автомобиль стоил на 50% дороже, чем в первой партии, но продать удалось на 3 автомобиля меньше, так что выручка от продажи соответственно увеличилась всего на 20%. В третьей партии автомобиль стоил на 1 млн рублей дешевле по сравнению с первой партией, и продано было на 20% автомобилей больше, чем в первой партии. При этом выручка уменьшилась на 10%. Определить число автомобилей и цену автомобиля в первой партии.

Ответ: 15 автомобилей; 4 млн рублей.

11. Антикварный магазин, купив два предмета за 225 руб., продал их, получив 40% прибыли. Что стоил магазину каждый предмет, если на первом прибыли получено 25%, а на другом – 50%?

Ответ: 90 и 135 рублей.

12. Спустя год после того, как некоторая сумма внесена на сберегательную книжку, вклад за счёт процентов увеличился на 20 рублей 16 копеек. Добавив ещё 79 рублей 84 копейки, вкладчик оставил свой вклад в сберегательной кассе ещё на 1 год. По истечении этого периода общая сумма на сберегательной книжке стала равна 628 рублей 16 копеек. Какой процент годовых выплачивался сберегательной кассой, если первоначальный взнос должен был быть не менее 5 рублей?

Ответ: 4%.

13. В банк помещён вклад в размере 3900 тыс. руб. под 50% годовых. В конце каждого из первых четырёх лет хранения после вычисления процентов вкладчик дополнительно вносил на счёт одну и ту же фиксированную сумму. К концу пятого года после начала начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 725%. Какую сумму вкладчик ежегодно добавлял к вкладу?

Ответ: 210 тыс. руб..

14. Бригада лесорубов решила вырубить сосновый лес, но экологи запротестовали. Тогда бригадир успокоил экологов, сказав им: "В нашем лесу сосны составляют 99% от всего леса. После рубки леса сосны будут составлять 98% всех деревьев." Какую часть леса вырубит бригада?

Ответ: 50% леса.

15. По дороге идут два туриста. Первый из них делает шаги на 10% короче и в то же время на 10% чаще, чем второй. Кто из туристов идёт быстрее?

Ответ: второй турист идёт быстрее.

16. М.В.Ломоносов тратил одну денежку на хлеб и квас. Когда цены выросли на 20%, на ту же денежку он приобретал полхлеба и квас. Хватит ли той же денежки хотя бы на квас, если цены ещё раз вырастут на 20%?

Ответ: да, хватит.

17. Среди учащихся 7А класса 12% болели гриппом, а остальные за "Шахтёр". Сколько учеников 7А класса болело за "Шахтёр", если в классе не более 45 учеников?

Ответ: 22 ученика.

18. Борода Карабаса-Барабаса составляла 40% его веса. После того, как Буратино её обрезал, она стала составлять 10% его веса. Какую часть бороды обрезал Буратино?

Ответ: $\frac{5}{6}$.

19. Несколько учащихся ушли из лицея и несколько пришли. В результате число учащихся уменьшилось на 10%, а доля мальчиков в лицее увеличилась с 50% до 55%. Увеличилось или уменьшилось число мальчиков?

Ответ: уменьшилось.

20. Один американский доллар стоит на 30% больше, чем один канадский доллар. Американский турист в Канаде заплатил за 35-долларовый сувенир 30 американских долларов. Какова сдача в канадских долларах?

Ответ: 4 канадских доллара.

21. В банановой республике прошли выборы в парламент. Все голосовавшие за партию “Мандарин” любят мандарины. Среди голосовавших за другие партии 90% не любят мандарины. Сколько процентов голосов набрала партия “Мандарин” на выборах, если ровно 46% участвовавших в голосовании любят мандарины?

Ответ: 40%.