**Умови задач**

1. Є два числа. Яке з чисел більше та на скільки, якщо 5% першого числа дорівнюють 15, а 8% від другого дорівнюють 16?
2. Житлова площа квартири з двох кімнат дорівнює 47,5 м2. Площа однієї кімнати складає  площі другої. Знайдіть площу кожної кімнати.
3. Знайдіть число, яке ділиться на 5 без остачі, а при діленні на 2, 3 та 4 дає в остачі 1.
4. Яку найбільшу кількість однакових подарунків можна скласти з 320 горіхів, 240 цукерок й 200 пряників? Скільки цукерок, горіхів й пряників буде в кожному подарунку?
5. Маючи 8 кг квасолі та чашкові ваги без гирьок, зважте за їх допомогою 3 кг квасолі?
6. Батько і син вирішили переміряти кроками відстань між двома деревами, для чого відійшли водночас від того ж самого дерева. Довжина кроку батька – 70 см, сина – 56 см. Знайти відстань між цими деревами, якщо відомо, що їхні сліди збіглися 10 разів.
7. Скільки води треба додати до 600 г рідини, що містить 40% солі, щоб вийшов 12%-ий розчин цієї солі?
8. Довести, що сума двох послідовних непарних чисел поділяється на 4.
9. На дошці записано число 23. Щохвилини число стирають з дошки і записують на його місце добуток його цифр, збільшений на 12. Що виявиться на дошці через годину?
10. У клітчастому квадраті 9×9 зафарбовано 19 кліток. Доведіть, що, або знайдуться дві зафарбовані клітки, що мають загальну сторону, або знайдеться незафарбована клітка, до сторін якої примикають не менше двох зафарбованих.
11. Що більше 15% від числа 240, чи число, 75% якого дорівнює 27?
12. Учень прочитав книгу за три дні. В перший день він прочитав 0,2 всієї книги і ще 16 сторінок, на другий день 0,3 залишку і ще 20 сторінок. В третій день 0,75 залишку і останні 30 сторінок книги. Скільки сторінок було в книзі?
13. Хлопчик і дівчинка виміряли кроками відстань 143 м, 20 разів їхні кроки збігалися. Крок хлопчика 65 см. Чому дорівнює довжина кроку дівчинки?
14. Щоб пронумерувати сторінки великої наукової роботи, знадобилось 3389 цифр. Скільки сторінок у роботі?
15. У шестицифровому числі перша цифра співпадає з четвертою, друга з п’ятою, третя – з шостою. Доведіть, що це число кратно 7,11,13.
16. Морська вода містить 5% солі (за масою). Скільки кілограмів прісної води треба додати до 40 кг морської води, щоб кількість солі в суміші становила 2%?
17. Два автобуси вирушили одночасно від однієї площі за різними маршрутами. У одного рейс туди і назад триває 48 хвилин, а у іншого 1 година 12 хвилин. Через який час автобуси знову зустрінуться на цій площі?
18. Як, маючи дві судини місткістю 5л і 7л, налити з водопровідного крану 6 л?
19. Пройшовши 3/8 довжини моста, віслюк Іа, озирнувшись, помітив автомобіль, що наближається зі швидкістю 60 км/год. Якщо віслюк побіжить назад, то зустрінеться з автомобілем на початку моста; якщо вперед, то автомобіль наздожене його наприкінці моста. З якою швидкістю бігає Іа?
20. Двозначне число помножили на суму його цифр. Отримали 814. Знайдіть це число.
21. В зерносховище було 120т зерна. За перший день вивезли 35% всього зерна, за другий - 25% всього зерна. Скільки тон зерна залишилось в зерносховищі?
22. Знайдіть площу города прямокутної форми, якщо людина обходить його за 5 хвилин зі швидкістю 20м/хв. Відомо, що ширина города 20м.
23. Я задумав число, якщо до його половини додати його чверть, то отримаємо 18. Яке число я задумав?
24. Доведіть, що число записане трьома однаковими цифрами ділиться на 37.
25. Навколо кола розташували 2013 натуральних чисел. Доведіть, що знайдуться два сусідніх числа сума яких парна.
26. Сума трьох натуральних чисел дорівнює 708. Перше з них – найменше трицифрове число, друге – в три рази менше від третього. Знайдіть ці числа*.*
27. Розріжте клітчастий прямокутник розміром 5\*8 на фігурки з чотирьох клітинок виду*.*
28. Куб, ребро якого дорівнює 1дм, розрізали на маленькі кубики з ребром 1см і всі їх грані пофарбували. Для того, щоб пофарбувати одну грань маленького кубика, необхідно 0,02г фарби. Скільки необхідно фарби, щоб пофарбувати всі грані маленьких кубиків?
29. Міста А, В, С, Д, Е розташовані один від одного по шосе на відстані 5 км один від одного. Автобус їздить по шосе від міста А до міста Е та від Е до А. Автобус витрачає 20 літрів бензину кожні 100км. У якому місті закінчиться бензин в автобусі, якщо спочатку у нього в баці було 150 літрів бензину?
30. В обмінному пункті здійснюються операції двох видів: 1) дай 2 євро - отримай 3 долари і цукерку в подарунок; 2) дай 5 доларів – отримай 3 євро і цукерку в подарунок. Коли багатий Буратіно прийшов в обмінний пункт, у нього були тільки долари, коли пішов доларів стало менше, євро так і не з'явилися, зате він отримав 50 цукерок. У скільки доларів обійшовся Буратіно такий «дарунок»?
31. Ціна товару становила 500 гривень. Через деякий час вона зросла на 10%, а потім знизилась на 10%. Визначте нову ціну товару.
32. О 9 годині ранку зі станції А вирушив пасажирський поїзд, а слідом за ним об 11 годині з тієї ж станції вирушив швидкий поїзд. На якій відстані від станції А пасажирський поїзд повинен пропустити швидкий поїзд, якщо швидкість пасажирського поїзда 54 км/год., а швидкого – 72 км/год.?
33. Найменше спільне кратне двох чисел, які не діляться один на одне, дорівнює 630, а їх найбільший спільний дільник дорівнює 18. Знайти ці числа.
34. Щоб пронумерувати сторінки книги, потрібно 1392 цифри. Скільки сторінок у цій книжці?
35. Коли турист пройшов *1 км* таполовину решти, то з’ясувалося, що до кінця ще  всього шляху та ще *1* *км*. Знайдіть довжину всього шляху.
36. Що більше чи ?

1. Розв’яжіть рівняння: .
2. Доведіть, що сума кубів трьох послідовних цілих чисел обов’язково ділиться на 9.
3. Мережа метро має на кожній лінії не менш чотирьох станцій, з них не більше три - з пересадками. На кожній станції з пересадками не має перетинів більше ніж двох ліній. Яку найбільшу кількість ліній має така мережа, якщо з будь-якої станції на іншу можна потрапити не зробивши більше двох пересадок?
4. Доведіть, що вираз *(a-b)(a-b-6)+9* невід’ємний при будь-яких *a* і *b*.
5. У трикутнику АВС бісектриса з вершини А, висота з вершини В та серединний перпендикуляр до сторони АВ перетинаються в одній точці. Знайдіть величину кута А.
6. Знайти, через скільки хвилин після того, як годинник показував 9 годин, хвилинна стрілка наздожене годинну?
7. Сума трьох цілих чисел поділяється на 6. Довести, що й сума кубів цих чисел поділяється на 6.
8. Довести, що в будь-якому шестидесятизначному числі, десятковий запис якого не містить нулів, можна закреслити кілька цифр так, що число, яке вийшло в результаті цього, буде поділятися на 1001.
9. Ціна вхідного квитку складала 20 гривень. Після зниження вхідної плати кількість глядачів збільшилась на 25%, а прибуток збільшився на 12,5%. Скільки став коштувати квиток після зниження ціни?
10. При яких цілих значеннях параметру *а* рівняння  має цілі корені?
11. Нехай Н – точка перетину висот трикутника АВС. Відомо, що АВ = СН. Знайти величину кута АСВ.
12. Обчислити суму , якщо *xyz* = 1.
13. На куб із воску сіли спочити декілька бджіл (їх можна вважати точками). При цьому з’ясувалося, що на кожній грані кількість бджіл різна. Знайти найменшу кількість бджіл, які могли спочивати на кубі.
14. Через п’ять років вік брата буде відноситись до віку сестри як 8:7. Скільки років кожному з них зараз, якщо рік тому брат був вдвічі старший від сестри?
15. Довести, що коли *a2 + b2 + c2 = ab + bc + ac*, де *a, b, c* – дійсні числа, то *a = b = c*.
16. Точка P - середина висоти, яка проведена до основи BC рівнобедреного трикутника ABC. Пряма BP перетинає бічну сторону AC у точці M. Доведіть, що CM=2AM.
17. На дошці записано число 12345678910111213…., яка цифра буде стояти на 2009 місці.
18. Доведіть, що серед будь-яких ста цілих чисел, можна вибрати кілька (можливо, одне) різниця яких ділиться на 100.
19. Знайдіть останню цифру числа *.*
20. Треба поділити 7 яблук на 12 чоловік порівну, розрізаючи кожне яблуко не більше, ніж на 5 частин. Як це зробити?
21. У чотирикутнику ABCD продовження протилежних сторін AB і CD перетинаються під кутом 20°; продовження протилежних сторін BC і AD також перетинаються під кутом 20°. Доведіть, що два кути чотирикутника рівні, а два інших різняться на 40°.
22. Розв’язати систему рівнянь 
23. Порівняйте числа  та .
24. Побудуйте графік функції .
25. З довільної точки  катета  прямокутного трикутника  опущено перпендикуляр  на гіпотенузу . Доведіть, що .
26. Доведіть, що з будь-яких дев’яти натуральних чисел можна вибрати два, різниця яких ділиться на 8.
27. Сума трьох цілих чисел ділиться на 6. Доведіть, що сума кубів цих чисел ділиться на 6.
28. Розкласти на множники многочлен 
29. Дано трикутник АВС. Точка М лежить на стороні ВС. Відомо, що АВ=ВМ та АМ =МС, . Знайдіть інші кути трикутника.
30. На яку цифру закінчується число .
31. Яку найбільшу кількість різних натуральних чисел можна вибрати так, щоб сума любих трьох з них була простим числом?
32. На площині дано шість точок загального положення (жодні три з них не лежать на одній прямій). Кожні дві точки сполучено відрізком або червоного, або синього кольору. Довести, що знайдеться трикутник з вершинами в даних точках, всі сторони якого мають один колір.
33. Розв’язати рівняння 
34. Катер проплив за течією 90 км за деякий час. За цей же час він проплив би проти течії ріки 70 км. Яку відстань за цей час пропливе пліт?
35. В ∆ АВС проведені бісектриси кутів А і В. Кут між ними дорівнює 125°. Знайти ∠С.
36. Що більше 12723 чи 51318?
37. Спростити вираз: 
38. Розкладіть на множники 
39. В трикутнику ABC кут А більше за кут С на 30°. Точка К належить стороні АС, АВ=ВК. Знайти кут КВС.
40. Довести, що сума кубів трьох послідовних цілих чисел ділиться на 9.
41. Декілька футбольних команд проводять турнір в одне коло. Довести, що в будь-яку мить турніру знайдуться дві команди, які зіграли до цієї миті однакову кількість матчів.
42. Дано три точки М(-2;3), В(-2;6), А(6;6). Побудуйте точку К, яка є вершиною прямокутника МВАК. Знайдіть площу цього прямокутника.
43. Число *а* становить 80% числа *b,* а число *с* складає 140% числа *b*. Знайдіть числа *а*, *b, с*, якщо відомо, що *с* більше від *а* на 72.
44. Розв’яжіть рівняння: .
45. Кожні два з шести міст сполучені лінією повітряного безпересадочного сполучення. Скільки всього ліній повітряного сполучення?
46. Батон коштував 1,5 грн. Ціна на нього підвищувалася 2 рази на 5% і на 6%, а потім знизилася відразу на 11%. Чи змінилася ціна батона в гривнях?
47. Скільки існує натуральних тризначних чисел, які при діленні на 8 дають остачу 3?
48. Зі 100 учнів ліцею 28 вивчають англійську мову, 30 – німецьку, 42 – французьку, 8 – англійську і німецьку, 10 – французьку і англійську, 5 учнів – німецьку і французьку, 3 – вивчають усі три мови. Скільки учнів вивчають лише англійську, лише французьку, лише німецьку? Скільки учнів не вивчають жодної мови?
49. Учню надіслали 20 задач. За кожну вирішену задачу давали 8 балів; за неправильно вирішену знімали 5 балів; за задачу, за рішення якої учень не брався, – 0 балів. Скільки задач спробував вирішувати учень, якщо він набрав 13 балів?
50. При яких натуральних значеннях *а* рівняння *ах = а + х +* 1 має парні корені?
51. Два учня – високий та маленький – вийшли одночасно з одного й того ж будинку в одну школу. В одного з них крок був на 20% коротший, ніж у іншого, але він встигав за той же час робити на 20% більше кроків, ніж інший. Хто з них раніше прийшов до школи?
52. Відомо, що *a + b* = 5, *ab* = 4. Знайдіть значення виразу .
53. Знайти всі трійки простих чисел *х, y, z*, такі, що .
54. Чи можна розділити 13 аркушів паперу між 6-ма учнями так, щоб при цьому кожний аркуш виявився розрізаним не більше, ніж на три частини (або зовсім не розрізався) та кожний учень отримав одну і ту саму кількість шматочків паперу.
55. Знайти максимальне значення *n*, для якого число  ділиться на .
56. Влітку ціну на лижі знизили на 10%, а взимку підняли на 10%. Порівняти ціну на лижі цією зимою та минулою (у відсотках)?
57. Кожний з трьох гравців записує сто слів, після цього записи порівнюються. Якщо слово зустрічається хоча б у двох, то його викреслюють зі всіх списків. Чи можлива ситуація, що у першого гравця залишилося 54 слова, у другого 75 слів, а у третього 80 слів?
58. Розмістити 6 точок на чотирьох прямих так, щоб на кожній з них було по три точки.
59. Знайти всі трійки простих чисел *a, b, c* таких що *7а – bc = 105*.
60. Шестицифрове число ділиться на 8. Яку найменшу суму цифр воно може мати? Яку найбільшу суму цифр може мати таке число?
61. Розв’язати рівняння: $\frac{\left(1-\left|x\right|\right)\left(1+4x\right)(x^{2}+1)}{\left(2x+2\right)(4\left|x\right|-1)}=0$ .
62. Сума двох двозначних чисел дорівнює 147. Обидва числа записали в зворотному порядку і склали. Чому може дорівнювати їх сума? Приведіть всі ймовірні варіанти відповідей.
63. Чайку годують з катера, що пливе по морю. Вниз кидають шматок хліба, чайка за 3 секунди підіймає хліб з поверхні моря, а потім за 12 секунд наздоганяє катер. Увійшовши до затоки, катер зменшив швидкість в два рази. За який час тепер чайка наздожене катер , після того, як вона підійме шматок хліба?
64. Числа $a,b,c$ *a*, *b*, *c*$a,b,c$ такі, що вирази , , $\frac{a+b}{c} , \frac{b+c}{a} , \frac{c+a}{b}$ приймають однакові значення. Які?
65. На клітчастому папері намалювали прямокутник по лініям сітки. Всередені прямокутника виявилось одиничних відрізків сітки на 90 більше, ніж вузлів. Виявіть розміри прямокутника.
66. Зарплатня працівника підвищилась на 10%, а в наступному році підвищилась ще на 20%. На скільки всього підвищилась зарплатня?
67. Відомо, що в січні чотири п’ятниці та чотири понеділка. На який день тижня випадає 1 січня?
68. Як посадити 10 яблунь, щоб знайшлося 5 рядків, у кожному з яких рівно 4 яблуні?
69. Відрізок, довжина якого 50 см, поділений трьома точками на чотири нерівні частини. Відстань між серединами крайніх частин 30 см. Обчисліть відстань між серединами середніх частин відрізка.
70. Вася, Микола, Петро, Степан – учні 4-го, 5-го, 6-го та 7-го класів – відправилися в ліс за грибами. П'ятикласник не знайшов жодного білого гриба, а Петро та учень четвертого класу – по 8 штук. Вася та п'ятикласник знайшли багато красноголовців і покликали Миколу в компанію. Семикласник і Микола глузували з Петра, що зірвав мухомор. Хто в якому класі навчається?
71. Розв’яжіть рівняння .
72. Перший множник збільшили на 50%, а другий множник зменшили на 16%. Як змінився добуток?
73. На папері в клітинку накреслили квадрат зі стороною 5 клітинок. Розбийте його на 5 частин однакової площі, проводячи відрізки лише по лініях сітки. Чи може статися так, що сума довжин проведених відрізків не перевищує 16 клітинок?
74. Сума чотирьох чисел дорівнює 100. Якщо перше число збільшити на 4, друге збільшити в 4 рази, третє число зменшити на 4, а четверте зменшити в 4 рази, то отримаємо рівні результати. Знайдіть ці числа.
75. На столі лежать 18 олівців. Двоє учнів по черзі беруть один, два або три олівці. Програє той, хто візьме останній олівець. Як повинен грати перший учень, щоб виграти?
76. Якщо деяке число збільшити на 15%, то отримаємо 207. На скільки відсотків потрібно зменшити це число, щоб отримати 126?
77. Розріжте фігуру, зображену на малюнку, на дві рівні частини.
78. Знайдіть нескоротний дріб, який не змінюється, якщо чисельник збільшити на 21 , а знаменник збільшити на 28.
79. Що більше  чи $9999^{10}$?
80. З кошика взяли 3 яблука, потім третину від залишку, потім ще 3 яблука, після чого в кошику залишилася половина від початкової кількості яблук. Скільки яблук було в кошику спочатку?
81. Білка за 20 хвилин приносить горіх до дупла. Яку відстань при цьому вона пробігає, якщо без горіха вона біжить зі швидкістю 5 м/с., а з горіхом 3 м/с.
82. На дошці написано число 321321321321. Які цифри треба стерти, щоб отримати найбільше можливе число, яке ділиться на 9?
83. Доведіть, що значення виразу 967-225-486 кратно 10.
84. В одному магазині ціни зменшили на 10%, а потім ще на 10%. А в іншому магазині ціни знизили на 20%. Що вигідніше для покупця?
85. Що більше  чи ?
86. Доведіть, що якщо з тризначного числа відняти тризначне число, яке записано тими ж цифрами, що й перше, але в зворотньому порядку, то модуль різниці, яку дістали, ділиться на 9 та 11.
87. Розв’яжіть рівняння: 
88. В кімнаті, що має форму прямокутника, є 10 стільців. Розмістіть їх так, щоб уздовж кожної стіни стояла однакова кількість стільців.
89. Скільки розв’язків має система рівнянь:.
90. На гіпотенузі *АВ* прямокутного трикутника *АВС* взяли точки *M* та *N* такі, що *AC=AM* і *BC=BN.* Доведіть, що кут *MCN* дорівнює 450.
91. Розв’яжіть рівняння: .
92. Доведіть, що коли *a*, *b*, *c* – довжини сторін даного трикутника, то при довільному значенні *х* виконується нерівність .
93. Доведіть, що сума двох простих чисел ділиться на 12, якщо їх різниця дорівнює 2, а менше число більше від 3.
94. При яких значеннях *k* рівняння  має єдиний корінь?
95. Розв’язати нерівність: .
96. Розв’язати систему рівнянь: 
97. Точка *М* – середина сторони *ВС* опуклого чотирикутника *ABCD*, . Довести, що .
98. Прямокутник  розрізали на квадрати  та триклітинкові куточки (див. мал.). Скільки всього фігур одержали при розрізанні?
99. Довести, що якщо , то  і .
100. Сторони трикутника — прості числа. Довести, що площа цього трикутника не може бути цілим числом.
101. При яких значеннях параметра *p* система  має рівно 3 розв’язки?
102. Обчислити добуток: 
103. *ABC* — рівнобедрений трикутник (). Точки *A*1, *B*1, *C*1 обрані на сторонах *BC*, *CA*, *AB* відповідно, таким чином, що трикутник *A*1*B*1*C*1 подібний до трикутника *ABC* () та *AB*1=*x*. *P* та *Q* — основи перпендикулярів, що опущені з точок *B*1 и *C*1 на *BC*. Знайти довжину відрізка *PQ*.
104. При якому значенні *а* сума квадратів коренів рівняння *х2–ах+а–1=0* буде найменшою?
105. Доведіть, що не існує чотирьох різних додатних чисел *a, b, c, d* таких, що *a + b = c + d* та *a3 + b3 = c3 +d3* .
106. Доведіть, що сума медіан трикутника менше периметра, але більше півпериметра трикутника.
107. В бібліотеці не більше 5000 книжок. Якщо їх зв’язувати по 6, по 7, по 5, то залишиться одна книга, якщо зв’язувати по 11, то зайвих книжок не буде. Скільки книжок в бібліотеці?
108. Розв’язати нерівність  < 4.
109. На площині дано відрізок АВ. Де може бути розташована точка С, щоб ∆АВС був гострокутним?
110. Яке число менше  чи ?
111.  - многочлен четвертого степеня такий, що  та . Доведіть, що  для будь-якого *х*.
112. Розв’яжіть нерівність .
113. При яких значеннях параметра  корені рівняння  є додатними числами?
114. На продовженні найбільшої сторони  трикутника відкладено відрізок , причому . Доведіть, що  тупий.
115. Побудуйте графік функції .
116.  і  - дійсні числа, різниця яких ділиться на 11. Доведіть, що число  також ділиться на 11.
117. Розв’яжіть нерівність *.*
118. Розв’яжіть систему рівнянь $\left\{\begin{array}{c}х+(у-2)^{2012}=z\\y+(z-2)^{2012}=x\\z+(x-2)^{2012}=y\end{array}\right.$
119. В $∆АВС угол$ . $120^{0}$Доведіть, що довжина відрізка, що поєднує цю вершину з центром вписаного кола, дорівнює , де  – полупериметр .$∆АВС$
120. Не обчислюючи значення виразу , покажіть, що це число можна представити у вигляді точного квадрата , знайдіть це натуральне число .
121. Знайдіть всі прості числа  та , зо задовольняють рівнянню .
122. Відомо, що . Довести, що .
123. Розв’язати рівняння: .
124. Про чотирикутник *ABCD* відомо, що , а також . Довести, що .
125. Дискримінант *D* квадратного тричлена  додатний. Скільки коренів може мати рівняння ?
126. Числа 1, 2, 3, …, 25 розташовують у квадратній таблиці  так, щоб у кожному рядку числа були розміщені у порядку зростання. Яке найменше значення може мати сума чисел у третьому стовпчику?
127. Доведіть рівність: .
128. Розкладіть многочлен  на множники.
129. Знайдіть два числа за їх різницею 66 та найменшим спільним кратним, що дорівнює 360.
130. Нехай BB1 та CC1 – висоти гострокутного трикутника ABC з кутом A, що дорівнює 300, B2 та C2 – середини сторін АC та АB відповідно. Доведіть, що відрізки B1C2 та B2C1 перпендикулярні.
131. За п’ять років навчання студент склав 31 екзамен, причому кожного року він складав більше екзаменів, ніж попереднього. На п’ятому курсі екзаменів було втричі більше, ніж на попередньому. Скільки екзаменів було на четвертому курсі?
132. Знайти суму всіх коренів рівняння .
133. Розв’язати нерівність: .
134. Натуральні числа n та m такі, що (4m – n)(n + m) = 6m2. Довести, що n ділиться на m.
135. У трикутнику АВС бісектриса АЕ дорівнює відрізку ЕС. Знайти кути трикутника АВС, якщо .
136. У вершинах трикутника написані числа 1, 2 та 3. Потім кожне з чисел одночасно замінили на суму двох сусідніх. Цю операцію провели ще декілька разів. Чи може сума одержаних трьох чисел дорівнювати 3000000?
137. Нехай . Доведіть, що 
138. Знайдіть всі пари цілих чисел a, b, які задовольняють нерівність .
139. Чи можна розрізати дошку розміром 8х8 на одну фігурку виду  та:
а) фігурки виду  ; б) фігурки виду  .
140. Δ ABC – правильний зі стороною а, D – середина AB, E та F – точки на BC та AC. Середини FE, DE та С належать одній прямій. Середини DE, DF та B належать одній прямій. Доведіть, що BE=a/2. Знайдіть AF.
141. Дана система рівнянь: , , . Знайдіть , , .
142. Нехай , , . Довести, що .
143. Обчислити значення виразу.
144. Розкладіть на множники x5+x+1.
145. У рівнобедреному трикутнику АВС (АС=ВС) провели медіану СС1 і бісектрису АА1. Знайдіть кут АСВ, якщо АА1 = 2СС1 .
146. В кожній клітині дошки 5×5 сидить жук. В деякий момент всі жуки переповзають на сусідні клітини (сусідніми вважаються ті, що мають спільну сторону). Доведіть, що після того як всі жуки переповзуть, знайдеться клітина, на якій сидітимуть принаймні два жуки.
147. Довести нерівність  при , .
148. У хорі число дівчаток відносилось до хлопчиків як 4:3. Після того, як до хору прийшли двоє новеньких, це співвідношення стало 3:2. Скільки хлопчиків було в хорі спочатку?
149. В паралелограмі ABCD сторони АВ і ВС дорівнюють 4 і 7 відповідно. Бісектриси AK і BM кутів паралелограма перетинаються в точці О (точки K і M лежать на сторонах BC і AD відповідно). У скільки разів площа п'ятикутника OKCDM більше за площу трикутника OAB?
150. Розв’язати рівняння  в натуральних числах.
151. Про ціле число n і просте число p відомо, що числа  та  діляться на р. Довести, що число  так само ділиться на р.
152. Довести, що , якщо .
153. Розв’язати рівняння .
154. Знайдіть площу рівнобічної трапеції з основами 8см та 10см, якщо її діагоналі перпендикулярні.
155. Доведіть, що якщо , то рівність  є вірною.
156. В готель приїхав мандрівник. Грошей у нього не було. Він мав срібний ланцюжок з 7 кілець. За кожен день перебування в готелі він розплачувався одним кільцем ланцюжка. Господар попередив, що згоден взяти не більше одного розпиляного кільця, а інші повинні бути цілими. Як мандрівникові розпиляти ланцюжок, щоб прожити у готелі тиждень і кожен день розплачуватися з господарем?
157. Обчисліть значення виразу $\sqrt{(2-\sqrt{5})^{2}}$
158. Розв’яжіть рівняння .
159. На основах АВ і СD трапеції АВСD позначено точки K і L. Нехай Е - точка перетину відрізків AL і DK, F- точка перетину BL і CK. Довести, що сума площ трикутників $∆ADE$ і $ ∆BCF$ дорівнює площі чотирикутника EKFL.
160. Не використовуючи наближені обчислення порівняйте числа  та .
161. Довести, що , якщо , 
162. Порівняти числа:  і .
163. Цілі числа a, b, c, d задовольняють умові . Чи може добуток  дорівнювати 1000?
164. Довести, що любий паралелограм можна розрізати рівно на 9 рівнобедрених трикутників.
165. При яких значеннях а рівняння  має рівно три різні корені?
166. У нескінченному місті усі квартали – квадрати одного розміру. Велосипедист стартував з перехрестя вулиць. Через півхвилини за ним поїхав інший велосипедист. Кожен їде з постійною швидкістю 1 квартал у хвилину і на кожному перехресті вулиць повертає чи направо, чи наліво. Чи можуть вони зустрітися?
167. При яких значеннях а рівняння має рівно три різні корені?
168. У нескінченному місті усі квартали – квадрати одного розміру. Велосипедист стартував з перехрестя вулиць. Через півхвилини за ним поїхав інший велосипедист. Кожен їде з постійною швидкістю 1 квартал у хвилину і на кожному перехресті вулиць повертає чи направо, чи наліво. Чи можуть вони зустрітися?
169. Розв’яжіть нерівність: .
170. Нехай *a, b, c, d –* довільні числа, сума яких дорівнює 1. Доведіть, що .
171. У тетраедра *ABCD* всі двогранні кути гострі, а протилежні ребра попарно рівні. Знайдіть суму косинусів усіх двогранних кутів тетраедра.
172. На дошці записані числа: *a, b, c, d*. Кожну секунду вони змінюються на числа *a+b, b+c, c+d, d+a*. Через деякий час знову дістали початкові числа: *a, b, c, d*. Доведіть, що *a=b=c=d=0*.
173. Розв’язати рівняння: .
174. Знайти найбільший цілий розв’язок нерівності: .
175. Знайти найменше значення виразу , якщо відомо, що .
176. Діагоналі опуклого чотирикутника  *ABCD* перетинаються в точці *Е*. Відомо, що площі трикутників *АВЕ* та *DCE*  дорівнюють по 1, площа чотирикутника *ABCD* не перевищує 4, . Знайти  *ВС*.
177. В квадраті 1×1 відмітили 9 точок, ніякі три з яких не лежать на одній прямій. Довести, що знайдуться два трикутника з вершинами у цих точках, площі яких не перевищують  для кожного.
178. Сторони трикутника — прості числа. Довести, що площа цього трикутника не може бути раціональним числом.
179. Знайти всі функції *f*, для яких при кожних дійсних *x* та *y* виконуються нерівності: .
180. *x*, *y* та *z* — додатні числа, такі, що . Довести, що при кожному натуральному n виконується нерівність: .
181.  — числа, що задовольняють умови: . Знайти найменше можливе значення числа .
182. На сфері, що обмежує кулю радіуса 1, знаходиться центр кулі радіуса *r*. Знайти площу поверхні тіла, що є перетином цих куль.
183. Знайти найбільше значення виразу , за умови, що *x* та *y* — числа з проміжку [0,1].
184. Розв’яжіть нерівність $\left|\frac{х-5}{х}\right|$ *(х2-х-12) ≤ 0.*
185. Розв’яжіть рівняння *х4 + 1 = 2х2* $\sin(y)$*sin y*.
186. Чому дорівнює сума дійсних коренів рівняння *f(x)=0*, якщо всі дійсні значення *х* задовольняють рівність *f(2х+1)= 4х2+14х*?
187. Доведіть, що на координатній площині не існує правильного трикутника, всі вершини якого мають цілі координати.
188. Дно прямокутної коробки викладено плитками розміром 2×2 та 1×4. Плитки висипали з коробки і загубили одну плитку 2×2. Замість неї дістали плитку розміром 1×4. Доведіть, що викласти тепер дно коробки не вдасться.
189. Обчисліть суму: 
190. В трапеції ABCD довжина основи AD дорівнює , а довжина основи ВС дорівнює . ∠А = 15°, ∠D = 30°. Знайдіть довжину бічної сторони АВ.
191. При яких значеннях *а* квадратні рівняння  та  мають спільний корінь?
192. Функція задовольняє при всіх значеннях *х* умові: . Знайдіть цю функцію.
193. Знайдіть цілу частину числа .
194. Визначте, яке число більше  чи .
195. Функція  така, що для будь-яких додатних  та  виконується рівність . Знайдіть , якщо .
196. Знайдіть площу паралелограма зі сторонами  та , якщо гострий кут між діагоналями дорівнює .
197. Розв’яжіть рівняння , де .
198. Знайдіть максимальне значення виразу , якщо відомо, що .
199. Знайти всі такі значення  при яких сума квадратів коренів рівняння  буде найменшою.
200. В квадрат вписали коло, в нього вписали квадрат, а в нього вписали ще одне коло і т.д. Знайти відношення площі першого квадрата до площі 2012 квадрата.$\left\{\begin{array}{c}х+(у-2)^{2012}=z\\y+(z-2)^{2012}=x\\z+(x-2)^{2012}=y\end{array}\right.$
201. Побудуйте графік функції .$∆АВС$
202. Для четвірки чисел  виконуються співвідношення  и . Доведіть, що виконується співвідношення .
203. Обчисліть суму , якщо відомо,що . $x^{2}-2у^{2}$
204. Функція  має вигляд , де *a*, *b*, *c*, *d* – деякі числа. Відомо, що , , . Чому дорівнює ?
205. Відрізок *СН* – висота прямокутного трикутника *АВС*, яка проведена до гіпотенузи *АВ*. Точки ,  и *О* – є центрами вписаних кіл трикутників *АСН*, *ВСН* и *АВС*  відповідно. Довести, що  ** і .
206. Довести, що якщо , то .
207. Чи існує таке натуральне число *а*, що у послідовності  кожні два сусідніх члена взаємно прості?
208. В квадраті зі стороною 1 розташовано 2006 рівносторонніх трикутників, сума периметрів яких дорівнює 300. Довести, що принаймні три з них мають спільну точку.

**Розподіл завдань за класами**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Клас****№**  | **5 клас** | **6 клас** | **7 клас** | **8 клас** | **9 клас** | **10 клас** | **11 клас** |
| 1 – 35 | **+** | **+** | **+** |  |  |  |  |
| 36 – 80 |  |  | **+** | **+** | **+** |  |  |
| 81 – 130 |  | **+** | **+** | **+** |  |  |  |
| 131 – 170  |  |  |  |  | **+** | **+** | **+** |
| 171 – 244 |  |  |  |  |  | **+** | **+** |