

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ  
ДОНЕЦКИЙ РЕСПУБЛИКАНСКИЙ ИНСТИТУТ  
ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
Отдел образования администрации города Тореза  
Гимназия общественно-гуманитарного профиля города Тореза

СОГЛАСОВАНО

Донецкий институт последипломного  
педагогического образования  
Протокол заседания Ученого совета  
от \_\_\_\_\_ 20\_\_ № \_\_\_\_\_

УТВЕРЖЕНО

Министерство образования и науки  
Донецкой Народной Республики  
Приказ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ № \_\_\_\_\_

Программа факультативного курса по математике

## **ДИНАМИЧЕСКАЯ МАТЕМАТИКА С GEOGEBRA**

9 класс (35 часов)

**Автор:** Фомина Надежда Валентиновна,  
учитель математики гимназии общественно-  
гуманитарного профиля города Тореза,  
специалист высшей категории, учитель-методист

Донецк – 2016

*«Одобрено к использованию*

*в образовательных организациях»*

*Министерство образования и науки ДНР*

*Приказ от \_\_\_\_\_ № \_\_\_\_\_*

**Рецензенты:**

1. Смульская А. И., учитель математики общеобразовательной школы I-III ступеней №8 имени Д.А. Рыбалко, специалист высшей категории, старший учитель,
2. Тарануха В. Н., учитель математики гимназии общественно-гуманитарного профиля города Тореза, специалист высшей категории

**Составитель:** Фомина Н. В., учитель математики гимназии общественно-гуманитарного профиля города Тореза, специалист высшей категории, учитель-методист

Программа факультатива строится как расширение изучения вопросов курса математики 9 класса путем вовлечения обучающихся в исследовательскую и проектную деятельность. Овладев инструментами программы динамической математики GeoGebra, ученики создадут компьютерные визуализации доказательств теорем, проверят высказанные геометрические гипотезы методом компьютерного эксперимента, исследуют распространение симметрии и подобия в природе, построят паркет из многоугольников с применением параллельного переноса и гомотетии, найдут геометрические тела и формы в объектах архитектуры, оставаясь в пространстве математики, создадут «копии» картин художников-авангардистов.

## Пояснительная записка

Программа факультативного курса по математике составлена на основе Требований к результатам освоения основной общеобразовательной программы основного общего образования, представленных в Государственном образовательном стандарте основного общего образования на 2015-2017 годы.

Современный период информатизации общества и образования диктует необходимость обновления содержания и методов обучения математике в школе. Особенно остро эта необходимость проявляется в обучении геометрии. Как реализовать одну из важнейших целей обучения геометрии в школе - овладение учащимися искусством доказательства? Как организовать поисковую и исследовательскую деятельность учащихся? Можно ли, опираясь на опыт учащихся, провести математический эксперимент? Как сделать занятие таким, чтобы ученик, решая задачу или проблему, действительно испытывал радость и удовлетворение от интеллектуального напряжения, чтобы из пассивного слушателя и потребителя знаний он превратился в автора, создателя собственного продукта?

Такие возможности представляют современные системы динамической математики, одной из которых является программа GeoGebra. GeoGebra — бесплатная, свободно распространяемая программа, переведена на 45 языков, включая русский язык, может использоваться как отдельный ресурс или как онлайн - приложение. GeoGebra позволяет:

- создавать динамические модели задач и исследовать их;
- проверять высказанные геометрические гипотезы методом компьютерного эксперимента;
- создавать компьютерные визуализации доказательств теорем.

Работа в этом направлении позволит повысить интерес учащихся к изучению геометрии, развить навыки исследовательской деятельности, овладеть искусством доказательства.

Занятия дадут возможность сформировать у учащихся представление о математике как о части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, методе познания окружающего мира. С помощью программы GeoGebra учащиеся:

- исследуют распространение симметрии (осевой, центральной, поворотной) в природе;
- построят паркет из многоугольников с применением параллельного переноса и гомотетии;
- найдут геометрические тела и формы в объектах архитектуры;
- оставаясь в пространстве математики, создадут «копии» картин художников-авангардистов.

Программа факультатива строится как расширение изучения вопросов, предусмотренных программой основного курса. Расширение реализуется путем организации исследовательской и проектной деятельности учащихся для решения задач создания математической модели, задач практической и прикладной направленности. Содержание курса обеспечивает преемственность с традиционной программой обучения и связь с такими предметами как информатика, изобразительное искусство, биология, технологии.

**Цель курса** – активизация мышления учащихся, развитие их самостоятельности путем вовлечения в исследовательскую и проектную деятельность с применением программы динамической математики GeoGebra.

Задачи курса:

- развить у учащихся умения моделировать учебные ситуации на языке геометрии и исследовать построенные модели с применением понятий и теорем геометрии;

- повысить мотивацию к обучению, сделать его более ярким, творческим, развивающим не только интеллектуальную, но и эмоциональную сферу;
- познакомить с решением задач прикладной направленности через работу в мини-проектах;
- сформировать навыки работы в программе GeoGebra, умение составлять алгоритмы решения задач на построение.

Программа курса «Динамическая математика с GeoGebra» рассчитана на 1 час в неделю, всего 35 часов в учебном году.

Рекомендуемые формы организации занятий факультатива: практическая и исследовательская работа в группах и индивидуально, создание учебных мини-проектов, беседы, дискуссии, игры, групповые соревнования, индивидуальные консультации. При этом дифференцированный подход к обучению осуществляется за счет выбора задач и работ, содержащих различные уровни сложности. Итогом усвоения темы может являться констатация личных достижений учащихся по усвоению содержания, представление индивидуальной творческой работы, создание мини-проектов, как каждым учащимся, так и группой. В конце изучения темы может быть организован круглый стол – как презентация творческих работ, защита проектов и подведение итогов. Созданные учащимися в GeoGebra работы могут использоваться как наглядные динамические модели при изучении соответствующих тем на уроках алгебры и геометрии в 9 классе.

На факультативных занятиях применяется безоценочный способ контроля знаний. Оценка отсутствует, но содержательная оценка работы каждого ученика обязательно озвучивается учителем. Кроме того на занятиях факультатива используются инструменты формирующего оценивания: на этапе работы над творческим заданием применяется самооценка учеником сделанной работы; при защите мини-проектов взаимооценка на основании

разработанных критериев; взаимное комментирование работ учеников, размещенных на сайте школы.

Программа факультатива обеспечивает достижение следующих **результатов освоения образовательной программы** основного общего образования:

личностные:

- формирование готовности и способности обучающихся к самообразованию на основе мотивации к обучению;
- формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками;
- умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию;
- критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- креативность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении геометрических задач;
- умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;
- способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;

метапредметные:

- умения осуществлять контроль по образцу и вносить необходимые коррективы;
- способности адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, её объективную трудность и собственные возможности её решения;

- формирование учебной и общепользовательской компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий;
- первоначального представления об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники;
- умение видеть математическую задачу в других дисциплинах, в окружающей жизни;
- умения понимать и использовать математические наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации;
- умения выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимания необходимости их проверки;
- умение применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач;
- понимания сущности алгоритмических предписаний и умения действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;
- умения самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;
- умение планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

предметные (математика):

- представление об основных изучаемых понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать реальные процессы и явления;
- овладение геометрическим языком, умение использовать его для описания предметов окружающего мира, развитие пространственных

представлений и изобразительных умений, приобретение навыков геометрических построений;

- усвоение систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, а также на наглядном уровне – о простейших пространственных телах;
- умение применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием компьютера.

предметные (информатика):

- формирование информационной и алгоритмической культуры;
- развитие алгоритмического мышления, необходимого для профессиональной деятельности в современном обществе;
- развитие умений составить и записать алгоритм для конкретного исполнителя;
- формирование навыков и умений безопасного и целесообразного поведения при работе с компьютерными программами, умения соблюдать нормы информационной этики и права.

### Учебно-тематический план факультативного курса

№ темы	Название темы	Кол- во часов	Кол-во часов теории	Кол-во часов практики
1	Задачи на построение	8	2	6
2	Динамические модели теорем в геометрии	5	1	4
3	Исследовательские задачи в алгебре	5	1	4
4	Геометрические преобразования фигур на плоскости	8	1	7
5	Математика в архитектуре и искусстве	9	1	8
	Всего	35	6	29

## Программа (35 часов)

Кол -во часо в	Содержание учебного материала	Требования к учебным достижениям обучающихся
8	<p><b>Тема 1. Задачи на построение</b></p> <p>Основы использования программы GeoGebra. Создание динамических рисунков с помощью GeoGebra. Решение (с помощью циркуля и линейки) задач на построение в программе GeoGebra. Построение прямоугольника, квадрата, ромба, правильного и равнобедренного треугольников, правильного шестиугольника. Деление отрезка на <math>n</math> равных частей. Построение центра вписанной и описанной окружностей для произвольного треугольника. Анимация рисунков. Использование ползунка. Создание новых инструментов в GeoGebra. Работа с протоколом построений. Фракталы. Построение снежинки Коха и треугольника Серпинского и других фрактальных объектов в GeoGebra.</p> <p><i>Индивидуальное творческое задание: создать динамический рисунок из изученных геометрических фигур.</i></p>	<p>Обучающийся:</p> <p><i>актуализируют</i> личный опыт решения задач на построение;</p> <p><i>владеет</i> основными инструментами программы GeoGebra;</p> <p><i>составляет</i> алгоритм построения; выбирает среди нескольких алгоритмов построения оптимальный;</p> <p><i>обосновывает</i> шаги построения, опираясь на изученные теоремы и определения;</p> <p><i>создает</i> новые инструменты в программе GeoGebra;</p> <p><i>умеет сохранять</i> созданные динамические рисунки и размещать их на сайте, в текстовом документе.</p>

<p>5</p>	<p><b>Тема 2. Динамические модели теорем в геометрии</b></p> <p>Компьютерный эксперимент на уроке геометрии. Ввод статического и динамического текста в рисунок. Запись результатов эксперимента в таблицу (в программе GeoGebra). Практическая работа по созданию динамической модели известных теорем геометрии: теоремы об углах, вписанных в окружность и их свойствах; теоремы Пифагора; теоремы Эйлера о замечательных точках треугольника и других. Исследование свойств геометрических фигур с помощью созданной модели. Защита мини-проекта.</p> <p><i>Групповой мини-проект: создать динамическую модель одной из теорем геометрии на выбор учащихся.</i></p>	<p>Обучающийся:</p> <p><i>выдвигает гипотезы; проверяет высказанные геометрические утверждения с использованием метода контрольного компьютерного эксперимента;</i></p> <p><i>умеет</i> проводить компьютерные эксперименты, делать выводы адекватные собранным данным;</p> <p><i>умеет</i> логически обосновывать корректность построения динамического чертежа, используемого для компьютерной проверки утверждения, корректировать алгоритм построения;</p> <p><i>создает</i> компьютерные визуализации доказательств известных теорем геометрии.</p>
<p>5</p>	<p><b>Тема 3. Исследовательские задачи в алгебре</b></p> <p>Изучение параметров квадратного трехчлена. Использование командной строки и команд программы GeoGebra. Работа с</p>	<p>Обучающийся: <i>исследует</i> количество решений системы линейных уравнений с двумя переменными, в зависимости от значений числовых коэффициентов;</p>

	<p>функциями и их графиками. Библиотека функций и команд программы GeoGebra. Построение графиков функций с помощью преобразований. Построение графиков функций, содержащих модуль. Создание и исследование модели системы линейных уравнений с двумя переменными. Решение графическим способом систем уравнений с двумя переменными с параметром в программе GeoGebra.</p> <p><i>Индивидуальное творческое задание: построить график квадратичной функции с модулями, выполнив пошагово элементарные преобразования. Описать сделанные преобразования и проиллюстрировать их рисунками в GeoGebra.</i></p>	<p><i>анализирует и объясняет</i> результаты исследования;</p> <p><i>иллюстрирует и понимает</i> смысл элементарных преобразований графиков функций (сдвиг вправо, влево, вверх, вниз, симметрия относительно оси абсцисс и оси ординат, растяжение или сжатие графика вдоль оси x или y);</p> <p><i>использует</i> возможности программы GeoGebra (библиотеку функций и командную строку) для построения графиков функций, уравнений, систем уравнений;</p> <p><i>решает</i> системы уравнений с двумя переменными, содержащие параметр, графическим способом в программе GeoGebra.</p>
8	<p><b>Тема 4. Геометрические преобразования фигур на плоскости</b></p> <p>Изучение в GeoGebra свойств симметрии, гомотетии, параллельного переноса, поворотной симметрии. Построение паркета из правильных</p>	<p>Обучающийся:</p> <p><i>знает</i> определения и свойства разных видов преобразований фигур на плоскости;</p> <p><i>определяет</i> вид преобразования, выполненного над фигурой;</p>

	<p>многоугольников. Паркеты Мориса Эшера. Осевая, центральная и поворотная симметрия в природе.</p> <p><i>Индивидуальное творческое задание: создать в GeoGebra с применением изученных преобразований паркет из фигур или, используя возможности программы GeoGebra, исследовать на симметрию какой-либо природный объект (на свой выбор).</i></p>	<p><i>умеет</i> выполнить гомотетию, параллельный перенос, симметрию фигуры в программе GeoGebra;</p> <p><i>создает</i> свой оригинальный паркет из многоугольников;</p> <p><i>исследует</i> объекты природы на симметрию;</p> <p><i>понимает</i> распространенность симметрии в природе и ее роль в восприятии объекта как гармоничного и красивого.</p>
9	<p><b>Тема 5. Математика в архитектуре и искусстве</b></p> <p>Геометрические тела. Построение с помощью программы GeoGebra динамических пространственных фигур. Геометрические формы и тела в объектах архитектуры. Математика в картинах художников-авангардистов.</p> <p><i>Групповой мини-проект: выбрать художника - авангардиста, создать постер на любую из тем:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>биография художника;</i></li> </ul>	<p>Обучающийся:</p> <p><i>находит</i> геометрические тела и формы, математические закономерности в объектах архитектуры и искусства;</p> <p><i>строит</i> объемные тела в программе GeoGebra;</p> <p><i>знает</i> характеристики направлений абстрактного искусства (оп-арта, кинетизма, других);</p> <p><i>определяет</i> место художника в рамках соответствующего</p>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ вклад в развитие искусства;</li> <li>▪ черты творчества;</li> <li>▪ периоды творчества;</li> <li>▪ известные картины;</li> <li>▪ коллекция ссылок на виртуальные галереи/музеи.</li> </ul> <p><i>Обязательное условие: постер должен быть выполнен в стиле того художника, которого выбрали. В программе GeoGebra нарисовать «копию» картины художника.</i></p>	<p>художественного направления;</p> <p><i>создает</i> с помощью готовых элементов, используя простейшие инструменты графики копию оригинального произведения художника;</p> <p><i>умеет</i> отбирать информацию из разных источников, выделять главное и представлять информацию в предельно сжатой форме;</p> <p><i>подбирает</i> для создания постера образцы живописи художника или базовые элементы и, используя их, представляет информацию как в текстовом, так и в графическом виде;</p> <p><i>участвует</i> в оценивании и обсуждении работ одноклассников.</p>
--	--	---

## Литература для учителя

1. Зив Б.Г., Мейлер В.М., Баханский А.Г. Задачи по геометрии для 7-11 классов.- М.: Просвещение, 2006
2. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Геометрия 9 класс.- Х.: Гимназия, 2008
3. Официальный сайт программы GeoGebra . – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.geogebra.org/cms/>
4. Онлайн - сервис GeoGebra . – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://web.geogebra.org/>
5. Введение в GeoGebra. Методическое пособие по организации занятий с применением GeoGebra . – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://static.geogebra.org/book/intro-ru.pdf>
6. Официальный видеоканал применения программы GeoGebra . – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.youtube.com/user/GeoGebraChannel>
7. SIGNUM- сообщество учителей математики, разрабатывающих методику применения программы GeoGebra . – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://plus.google.com/u/0/communities/104964145698135252427/stream/b17905db-893b-43e1-b220-a19c3f0f31e5>
8. Авангард и геометрия. Подборка картин художников – абстракционистов. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.pinterest.com/nextyale200482/avangart-art-geometrigi/>
9. Сообщество пользователей программы GeoGebra . – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://tube.geogebra.org/>

10. Блог учителя математики Рождественской Л.В.- [Электронный ресурс]. – Режим доступа:  
<https://edugalaxy.intel.ru/index.php?automodule=blog&blogid=8>

### **Литература для обучающихся**

1. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Геометрия 9 класс.- Х.: Гимназия, 2008
2. Официальный сайт программы GeoGebra . – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.geogebra.org/cms/>
3. Онлайн - сервис GeoGebra . – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://web.geogebra.org/>
4. Сообщество пользователей программы GeoGebra . – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://tube.geogebra.org/>

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ЗАНЯТИЙ ФАКУЛЬТАТИВА**

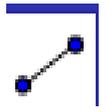
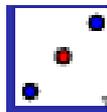
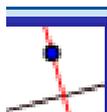
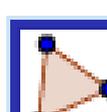
### **Тема 1. Задачи на построение**

Основной целью изучения данной темы является овладение обучающимися основными инструментами программы GeoGebra. Опираясь на личный опыт и знания по геометрии, ученики решают задачи на построение. При этом способов построения одного и того же рисунка может быть несколько, поэтому важно, чтобы выполнив построение, обучающийся объяснил алгоритм построения, на каких теоремах он основывается, проверил правильность рисунка, выполнив его перемещения. Задание может быть, например, таким: Начертите равнобедренный треугольник и опишите алгоритмы построения, основанные на использовании: а) его определения; б) теоремы о равенстве углов при его основании; в) теоремы о равенстве медианы и высоты, проведенных к его основанию; г) теоремы о равенстве медианы и биссектрисы, проведенных к его основанию.

Далее работа проходит по следующим этапам:

1. Актуализация опыта (учащийся делает рисунок, опираясь на одну из предложенных теорем, убеждается в правильности рисунка – при перемещении вершин треугольника он должен оставаться равнобедренным).
2. Раскрытие содержания опыта (ученик демонстрирует динамические возможности своего чертежа, презентует алгоритм построения, обосновывает корректность построений). Сам алгоритм построений может выглядеть так:

Построим равнобедренный треугольник, пользуясь теоремой о равенстве медианы и высоты, проведенных к его основанию.

	с помощью <i>инструмента отрезок</i> , строим основание этого треугольника АВ
	с помощью <i>инструмента середина отрезка</i> , находим основание медианы М
	из точки М восстанавливаем перпендикуляр ( <i>инструмент перпендикулярная прямая</i> )
	на перпендикуляре произвольно выбираем точку С ( <i>инструмент точка на объекте</i> )
	соединяем точки А, В и С с помощью <i>инструмента многоугольник</i> , получили равнобедренный треугольник АВС

3. Формирование нового опыта (здесь можно научить ученика создавать новые, свои инструменты на панели инструментов и создать *инструмент равнобедренный треугольник*)

## Тема 2. Динамические модели теорем в геометрии

При изучении этой темы обучающийся учится проводить с помощью программы GeoGebra исследование геометрических фигур с использованием метода компьютерного эксперимента. Сам компьютерный эксперимент может быть разных видов:

1. Конструктивным (ученик создает геометрическую конфигурацию, которую будет исследовать или проверяет, существует ли объект, описанный в условии теоремы).
2. Предварительным (применяется с целью подведения учащихся к открытию факта теоремы или к постановке задачи на доказательство).

3. Контрольным (применяется с целью выбора рабочей гипотезы, уточнения гипотезы, опровержения высказанного утверждения или убеждения в его истинности).

4. Компьютерная визуализация доказательств (применяется с целью облегчения учащимся понимания сущности доказательства, а также подведения их к обнаружению идеи доказательства).

С учетом вида эксперимента формулируются различные задачи для выполнения. При создании динамических моделей теорем геометрии опора делается на известные обучающимся теоремы, но можно использовать и дополнительный материал, содержащийся в главах «Когда сделаны уроки» учебников [2].

### **Тема 3. Исследовательские задачи в алгебре**

Программа GeoGebra позволяет задавать объекты с параметрами, анимировать динамическую модель (графики функций, уравнений, неравенств), выделять объекты цветом, изменять шрифт, последовательно отображать надписи и элементы чертежа с помощью активных кнопок. Можно исследовать «след» перемещаемого объекта. Этот богатый набор инструментов может применяться для исследования не только геометрических, а и алгебраических объектов. В данной теме с помощью программы GeoGebra можно

- отработать навыки построения графиков функций с помощью преобразований, что очень пригодится учащимся в 10-11 классах;
- показать решение систем уравнений, в том числе и с параметром, графическим способом.

### **Тема 4. Геометрические преобразования фигур на плоскости**

К сожалению, часто учащиеся на просьбу привести примеры подобных фигур называют лишь подобные треугольники. А ведь об идеях подобия и

самоподобия можно не только рассказывать, а и показывать фильмы. Они заложены в самой природе, они используются человеком для создания всего прекрасного в этом мире. Взять хотя бы не так давно появившиеся фракталы. Почему бы ученикам не попробовать самим сделать такой объект? Материалом может быть все что угодно: и сезонные объекты (листья, растения, снежинки...), и арт-объекты, и архитектурные сооружения... В этой теме ученики занимаются творчеством - с помощью гомотетии, симметрии, параллельного переноса создают в программе GeoGebra свои художественные образы (см. Приложение 2).

### **Тема 5. Математика в архитектуре и искусстве**

О необходимости сочетания науки и искусства писали еще китайские математики-просветители XI в., а также Леонардо да Винчи. Позднее этого мнения придерживались многие европейские философы. Сегодня противопоставление науки и искусства в обучении непродуктивно, оба эти направления необходимо развивать в тандеме. Важно при преподавании математики ссылаться (по возможности) на произведения искусства, чтобы изучаемый материал был и интереснее и лучше запоминался. Ведь каждый объект искусства содержит в себе различные геометрические линии и фигуры. Это повышает мотивацию к обучению, делает его более ярким, осмысленным, развивающим не только интеллектуальную, но и эмоциональную сферу. Привносит в обучение чувства и стремление к гармоничному познанию.

В этой теме ученики работают над междисциплинарным проектом «Математика в картинах художников-авангардистов». Его цель - показать, что математика может быть красивой, изящной и просто художественной. В нем ученики знакомятся с творчеством художника-авангардиста (изобразительное искусство), создают постер в стиле выбранного мастера (информатика и технологии), выбрав одну из картин художника, выделяют

в ней геометрические формы и закономерности и в программе GeoGebra создают «копию» картины (математика и информатика). Скриншоты примеров работ можно посмотреть в Приложении 2.

### **Почему именно GeoGebra?**

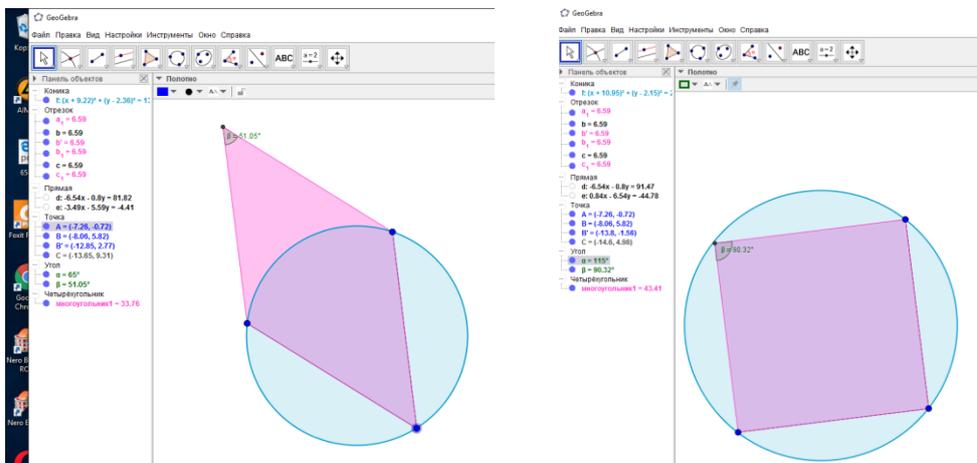
Это бесплатная математическая программа для всех уровней образования, включающая в себя геометрию, алгебру, таблицы, графы, статистику и арифметику, в одном удобном для использования пакете. Она завоевала несколько образовательных наград в Европе и США. Программу можно **скачать на компьютер, установить на планшет или смартфон**, а также использовать как приложение вашего браузера. Модели, созданные в приложениях для мобильного телефона или планшета, можно отправлять на e-mail или сохранять на диске Google. [Tube.GeoGebra](#) - почти YouTube, только вместо видеороликов здесь размещены готовые интерактивные модели. Зайдя в данное сообщество, можно увидеть, что пользователи GeoGebra щедро делятся своими идеями и наработками. Поэтому учитель, работающий по программе данного факультатива, может варьировать задания занятий факультатива, согласуя их с уровнем и интересами своих учеников.

## Скриншоты выполненных работ

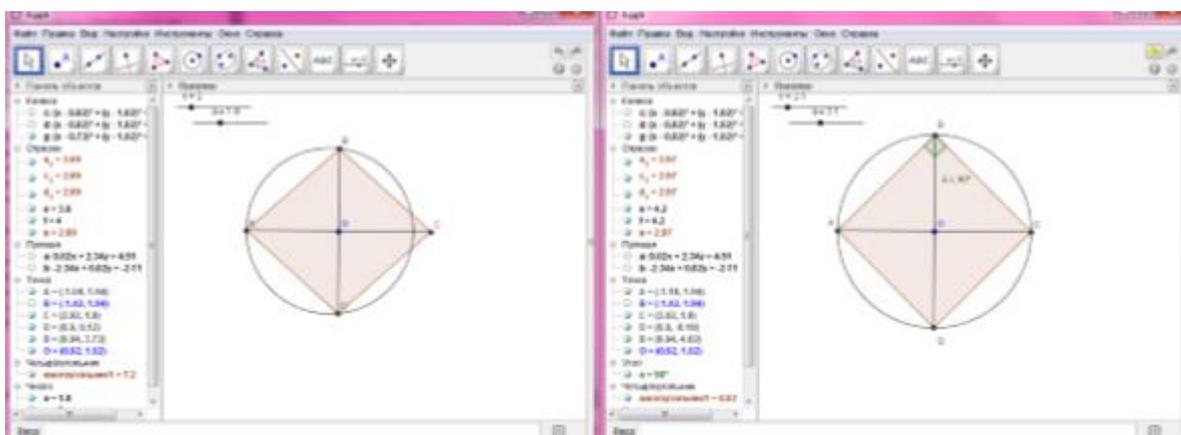
### Тема 1. Задачи на построение

**Пример задачи.** Напишите алгоритм построения в GeoGebra ромба, около которого можно описать окружность. Какими свойствами, кроме общих свойств ромба, он дополнительно обладает?

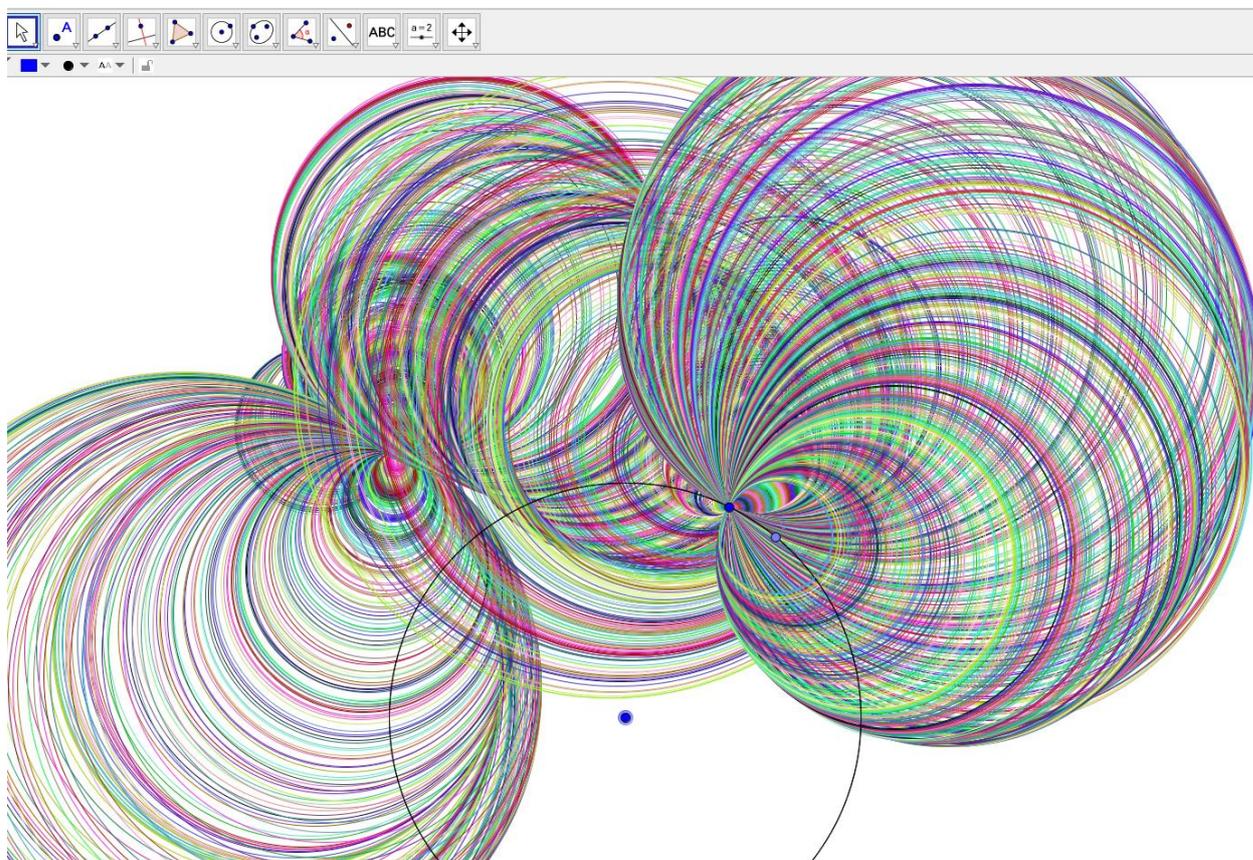
Вариант 1. Ромб строился по стороне и острому углу



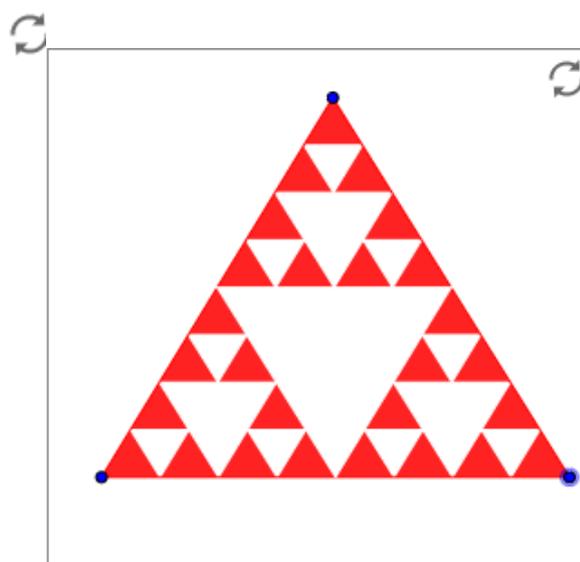
Вариант 2 . Ромб строился по двум диагоналям



**Индивидуальное творческое задание:** создать динамический рисунок из изученных геометрических фигур.



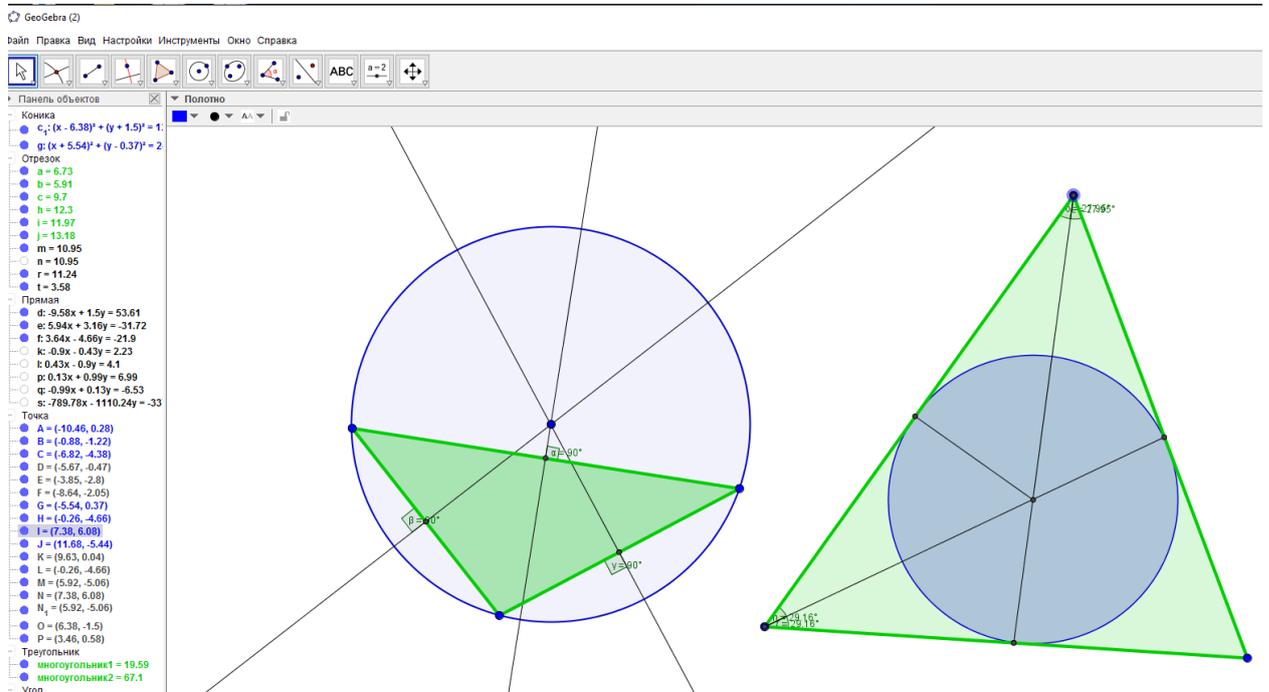
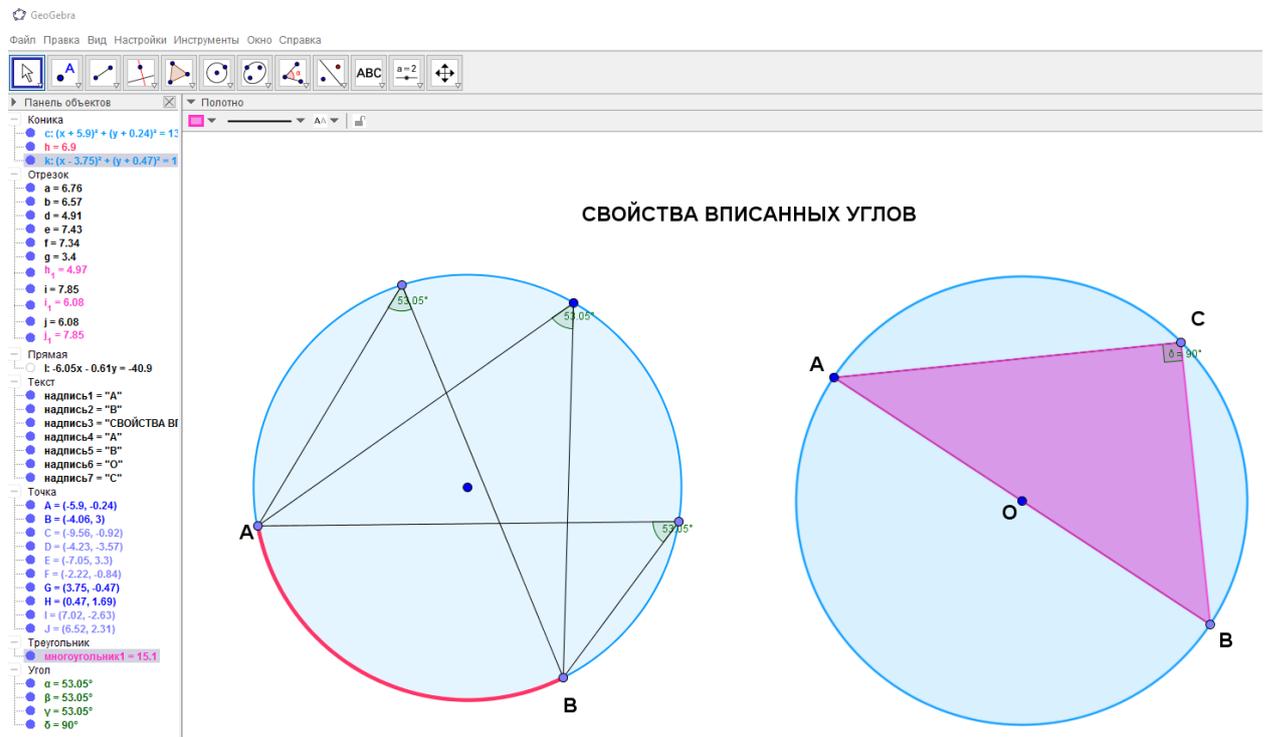
Рисунок, сделанный на основе двух движущихся окружностей



**Фрактальные объекты:** снежинка Коха и треугольник Серпинского

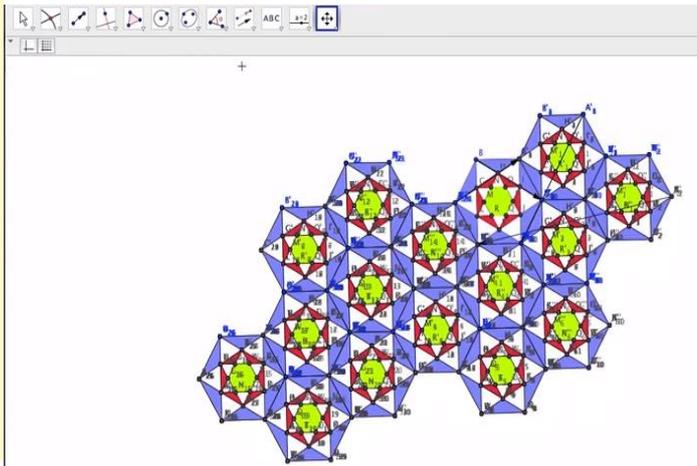
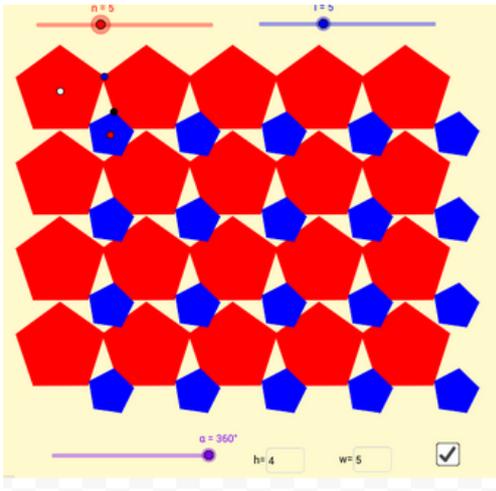
## Тема 2. Динамические модели теорем в геометрии

Индивидуальное задание: создать динамическую модель одной из теорем геометрии



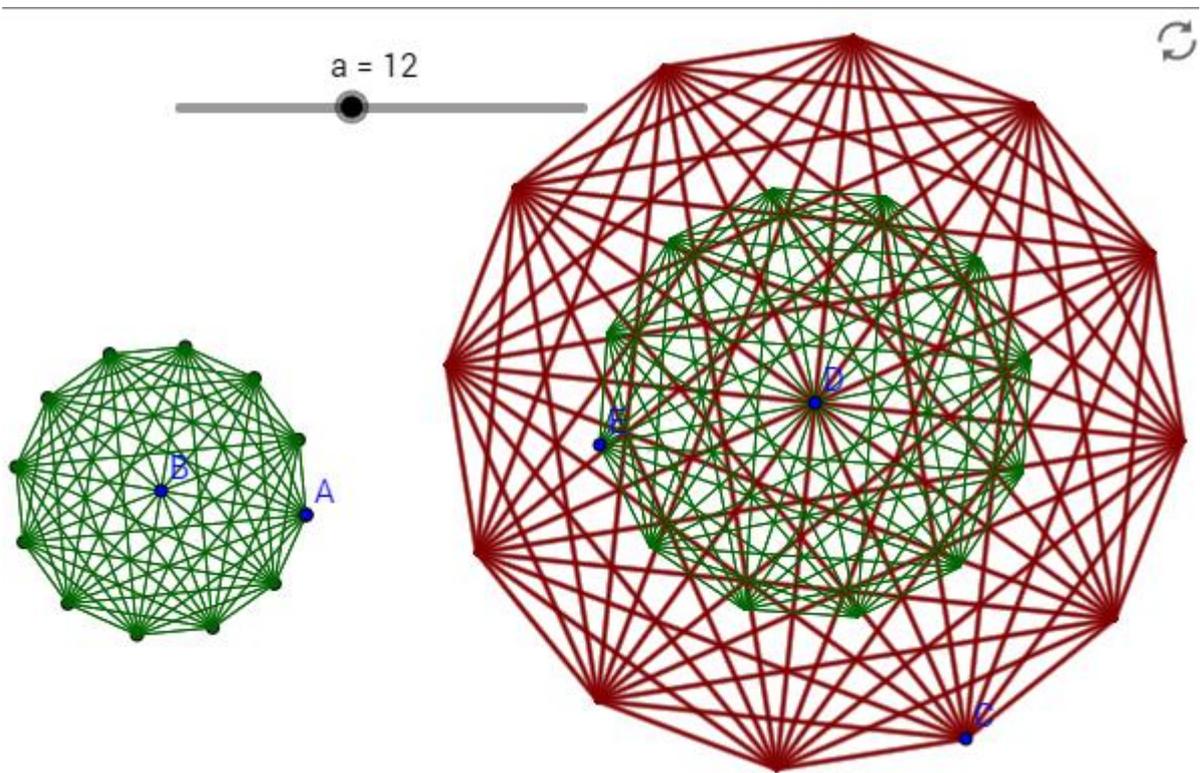
Скриншоты





Пар

кетты из многоугольников, созданные в GeoGebra

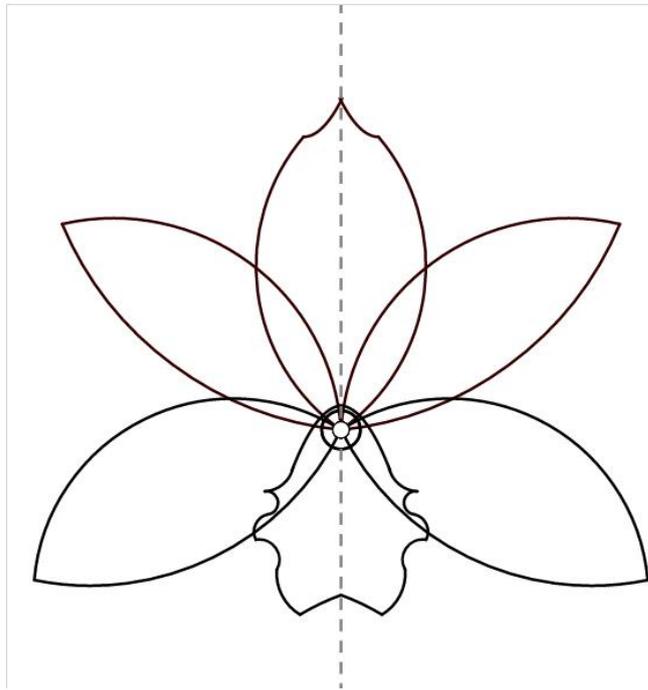


Рисунок, выполненный из правильных многоугольников.

**Индивидуальное творческое задание:** используя возможности программы GeoGebra, исследовать на симметрию какой-либо природный объект (на

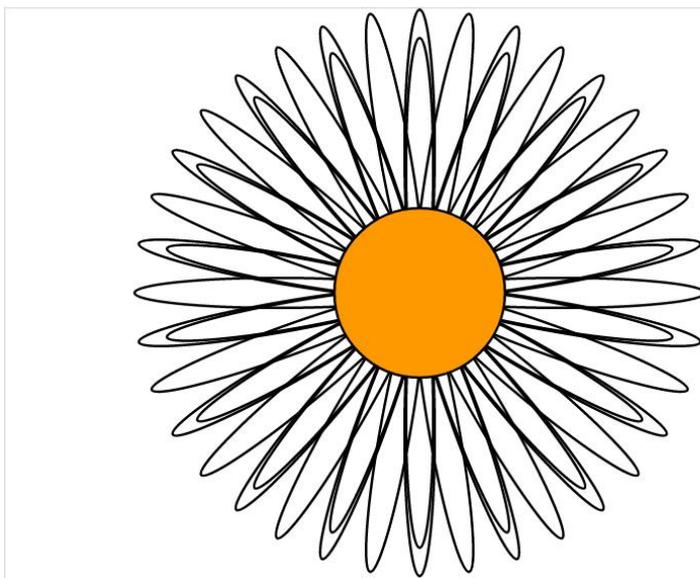
свой выбор).

## Орхидея



← GeoGebra

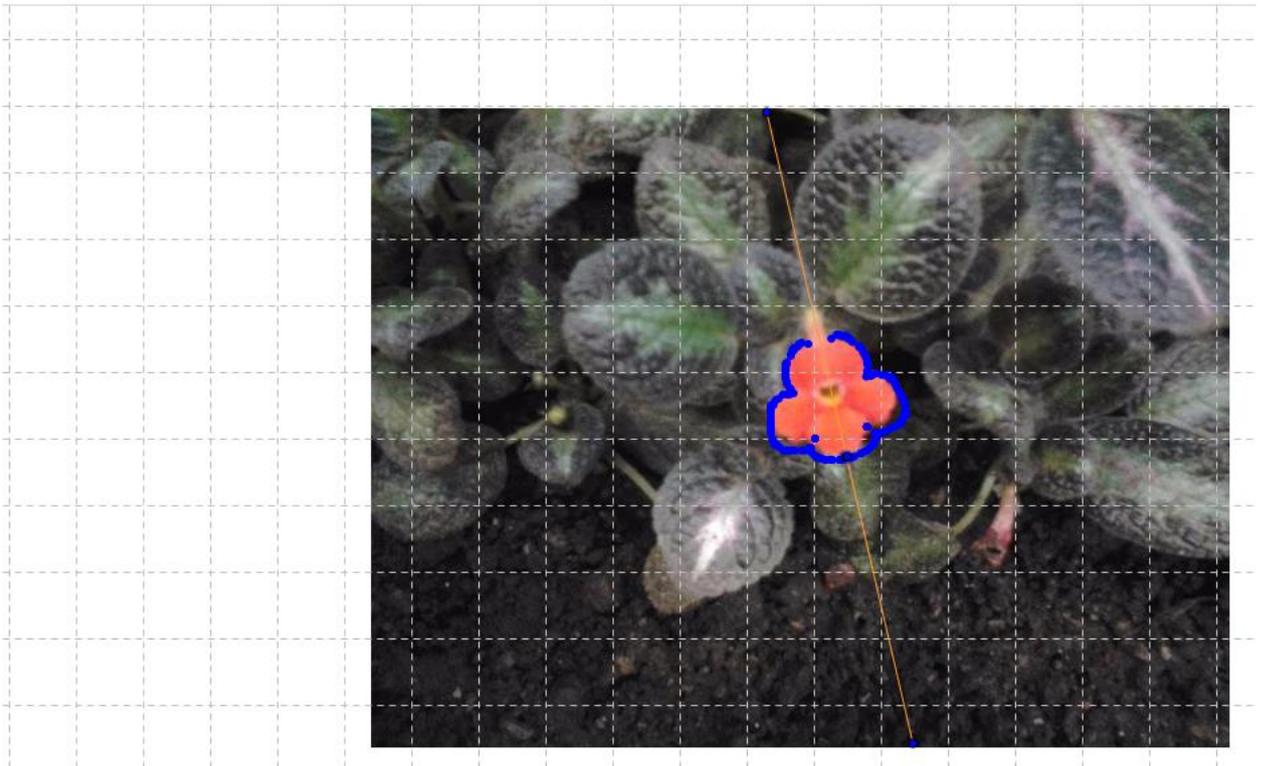
## Симметрия.



$a = 1.12$

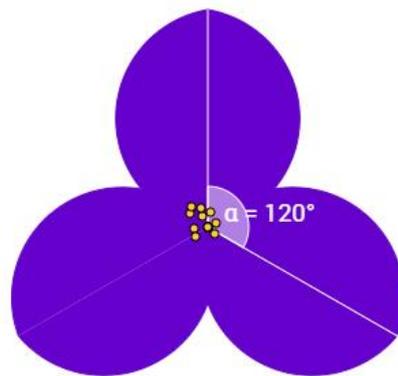


## Симметрия растений.



## Поворотная симметрия

Традесканция виргинская

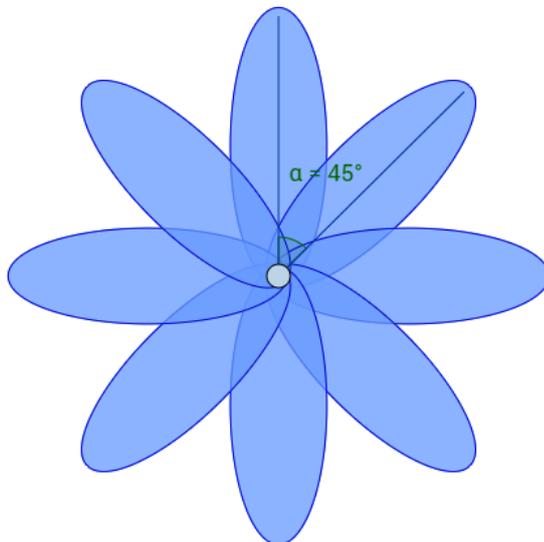


## Симметрия растений

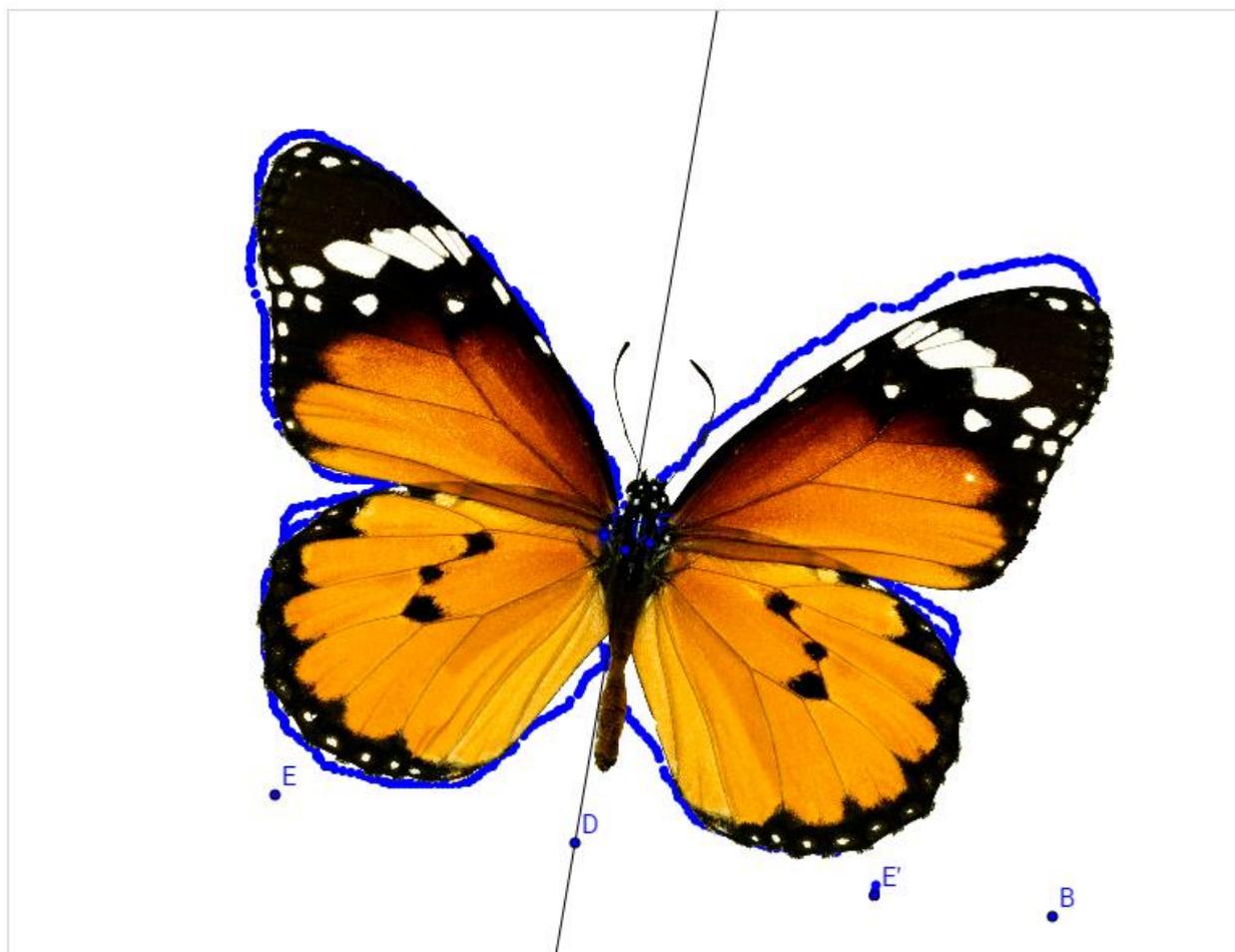
Точка	
A = (6.66, 11.46)	
B = (9.18, 5.08)	
C = (7.98, 7.68)	X
C' = (8.28, 7.8)	
Отрезок	
a = 6.86	

## Поворотная симметрия

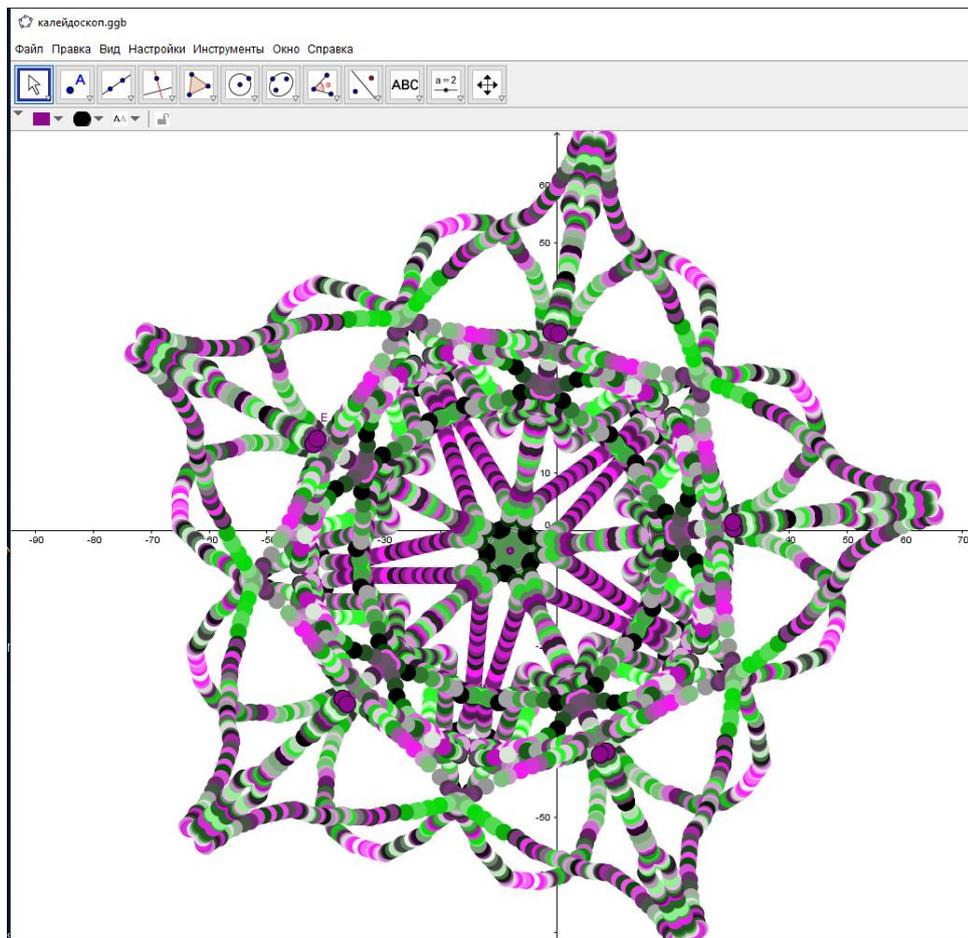
Печёночница обыкновенная



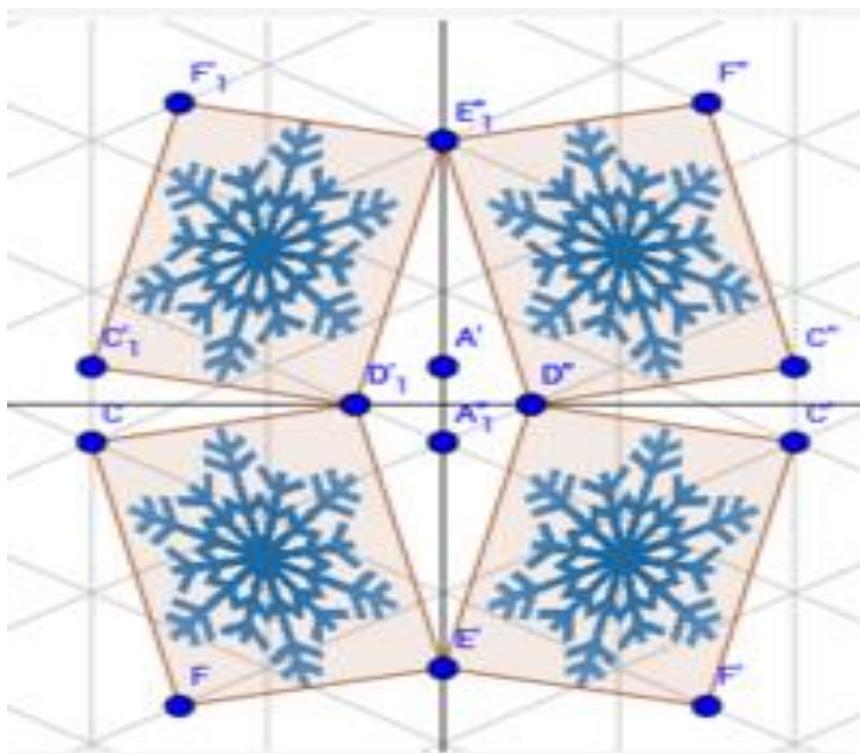
симметрия бабочки



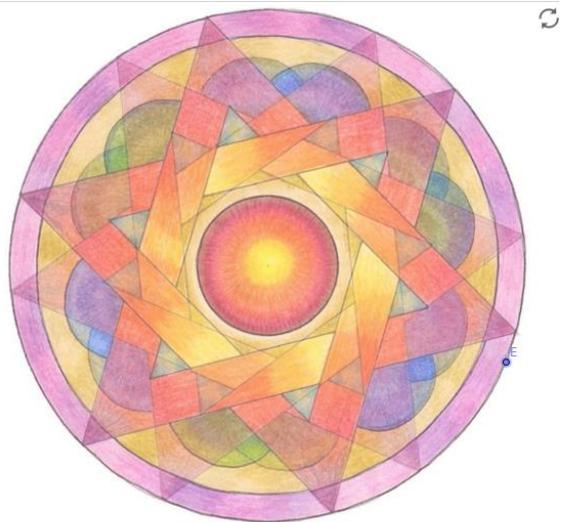
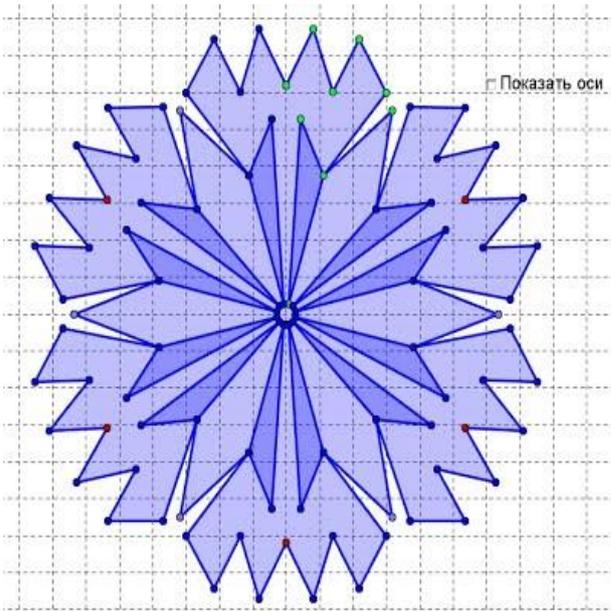
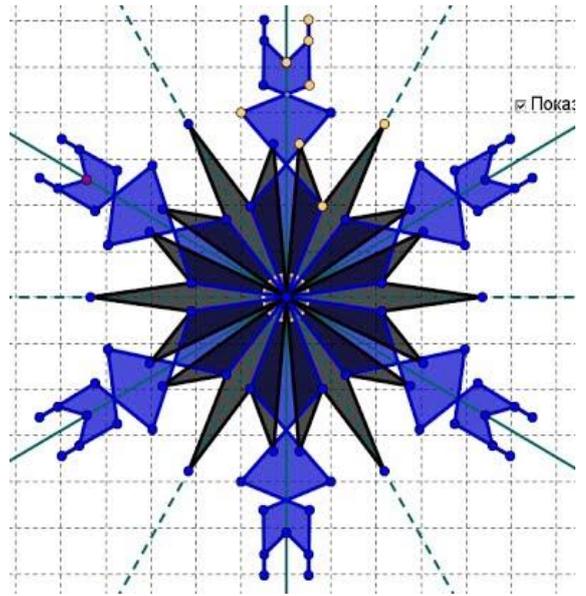
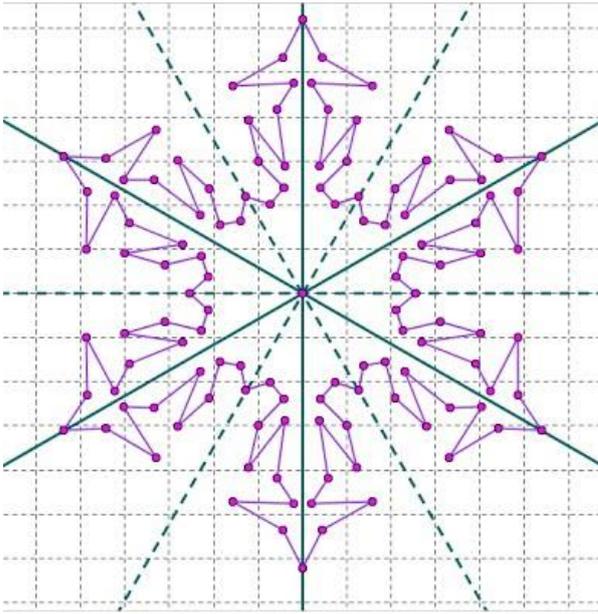
Другие примеры работ учеников на симметрию



Поворотная симметрия «Калейдоскоп»



Работы учеников на поворотную симметрию «Снежинки»



Мандала

**Тема 5. Математика в архитектуре и искусстве**

**Индивидуальное творческое задание:** геометрические формы и тела в объектах архитектуры.



Работа «Усеченная восьмиугольная пирамида»



Работа «Прямоугольный параллелепипед»



Работа «Цилиндр и конус»

## Групповой мини-проект:

выбрать художника - авангардиста, создать постер на любую из тем:

- биография художника;
- вклад в развитие искусства;
- черты творчества;
- периоды творчества;
- известные картины;
- коллекция ссылок на виртуальные галереи/музеи.

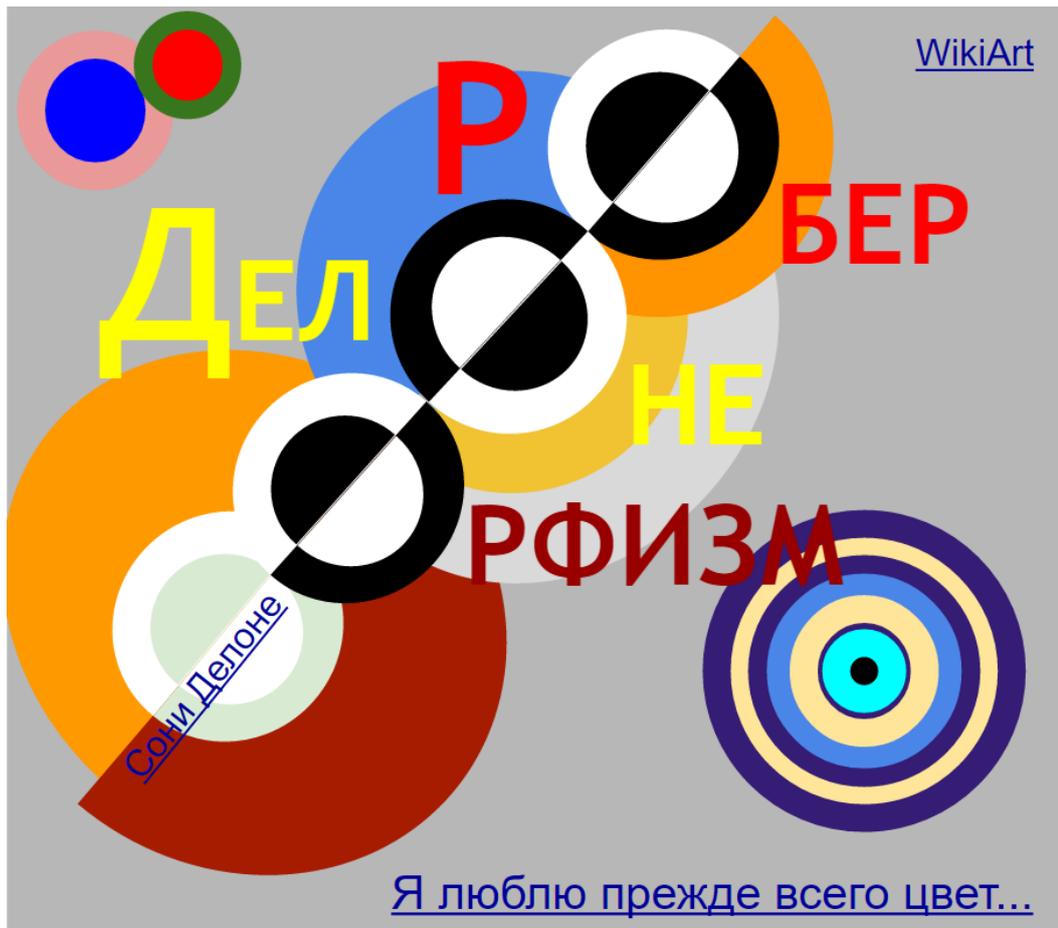
*Обязательное условие: постер должен быть выполнен в стиле того художника, которого выбрали.*

В программе GeoGebra нарисовать «копию» картины художника.

### Примеры постеров к творчеству художников

Пауль Клее



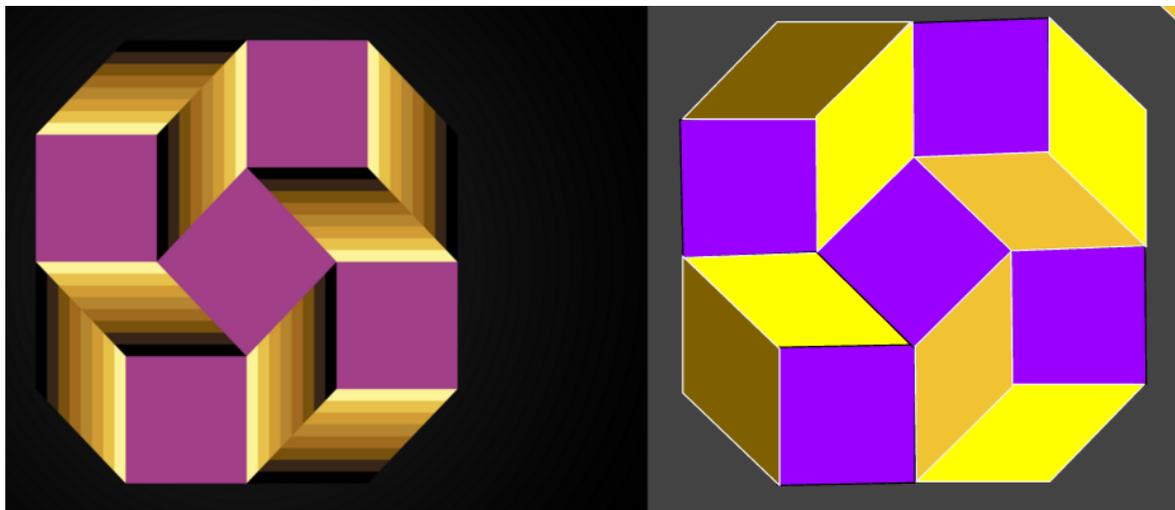


Робер Делоне

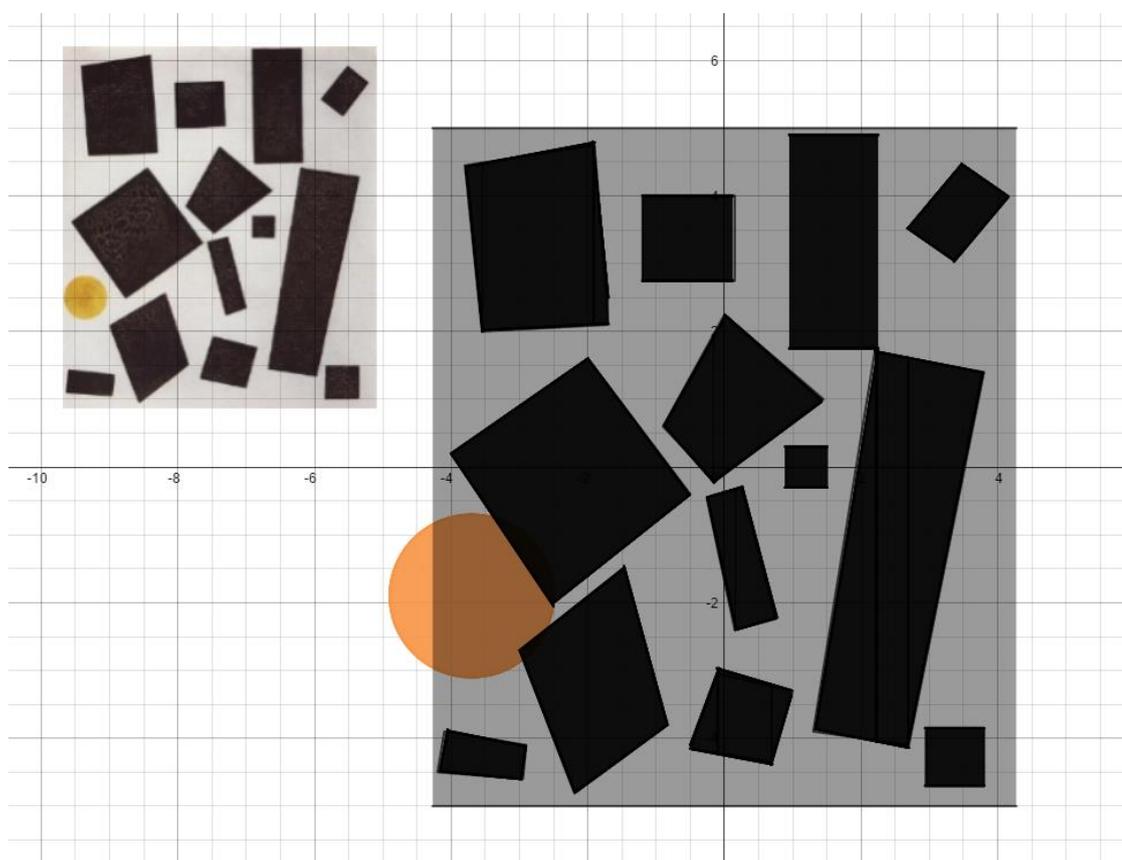


Тео Ван Дусбург

**Примеры «копий» картин художников-авангардистов, сделанные в программе GeoGebra**



Виктор Вазарели

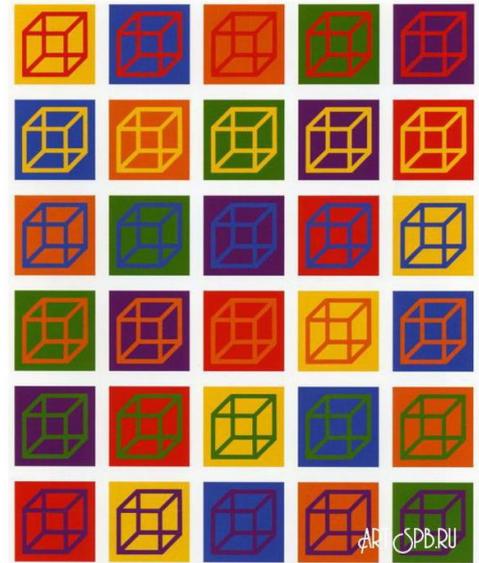


«Супрематизм» К. Малевич

Проект "Математика в картинах"

Точка

- A = (4, -1)
- A<sub>1</sub> = (5.5, -1.88)
- A<sub>2</sub> = (11.42, -7.43)
- A<sub>3</sub> = (14.49, -10.48)
- A<sub>4</sub> = (17.36, -13.47)
- A<sub>5</sub> = (5.44, -19.49)
- A<sub>6</sub> = (12.52, -2.81)
- A<sub>7</sub> = (15.94, -5.29)
- A<sub>8</sub> = (16, -8.28)
- A<sub>9</sub> = (6.49, -14.68)
- A<sub>10</sub> = (12.47, -17.64)
- A<sub>11</sub> = (9.58, -18.83)
- A<sub>12</sub> = (12.5, -16)
- A<sub>13</sub> = (15.5, -13)
- A<sub>14</sub> = (4.76, -7.01)
- A<sub>15</sub> = (12.5, -4)
- B = (5.4, -1)
- B<sub>1</sub> = (6.48, -4.34)
- B<sub>2</sub> = (9.01, -7.43)



### «Цветные кубики» Сол Ле Витт





