ГОСУДАРСТВЕННАЯ ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ – 2018

по программам среднего общего образования

Математика

Вариант № 17

Решение

I часть

№ 1. **Ответ:** 30 кг.

Решение: $100-84=16\,\%$ составляют сушенные яблоки. $4{,}8:\dfrac{16}{100}=\dfrac{4{,}8\cdot 100}{16}=30\,(\text{кг})$

№ 2. **Ответ:** 3125.

Решение: $(0{,}2)^3\cdot 5^5:125^{-1}=\left(\dfrac{1}{5}\right)^3\cdot 5^5:\left(5^3\right)^{-1}=5^{-3}\cdot 5^5:5^{-3}=5^5=3125$.

№ 3. **Ответ:** 0,1.

Решение: $\dfrac{(\sqrt[3]{\sqrt[5]{2}})^{30}}{40}=\dfrac{\left(\sqrt[15]{2}\right)^{30}}{40}=\dfrac{2^2}{40}=\dfrac{4}{40}=\dfrac{1}{10}=0{,}1$.

№ 4. **Ответ:** $2\sin\alpha$.

Решение: $\dfrac{1-\cos 2\alpha}{\sin\alpha}=\dfrac{2\sin^2\alpha}{\sin\alpha}=2\sin\alpha$.

№ 5. **Ответ:** $(1;2)$

Решение: $\begin{cases} y=2x, \\ y=x+1; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x=x+1, \\ y=x+1; \end{cases}$ $\begin{cases} x=1, \\ y=1+1; \end{cases}$ $\begin{cases} x=1, \\ y=2. \end{cases}$

№ 6. **Ответ:** $-3<x<1$; ИЛИ $x\in(-3;1)$; ИЛИ $(-3;1)$.

Решение: $\log_{0,3}(x+3)>\log_{0,3}4$. Так как функция $y=\log_{0,3}t$ убывающая и ее $D(y)=(0;+\infty)$, то данное неравенство равносильно следующему двойному неравенству $0<x+3<4$. Тогда $-3<x<1$, $x\in(-3;1)$.

№ 7. **Ответ:** πn, $n\in Z$.

Решение: $1-\cos 2x=0$; $\cos 2x=1$; $2x=2\pi n$, $n\in Z$; $x=\pi n$, $n\in Z$.

№ 8. **Ответ:** B и C.

Решение: точки, в которых значение функции отрицательны, расположены ниже оси Ox. Это будут точки B и C.

№ 9. **Ответ:** 32.

Решение: $s(t)=2t^3+4t^2$; $v(t)=s'(t)=\left(2t^3+4t^2\right)'=6t^2+8t$; $a(t)=v'(t)=\left(6t^2+8t\right)'=12t+8$; $a(2)=12\cdot 2+8=32$.

№ 10. **Ответ:** 6 см.

Решение: По следствию из теоремы синусов $R=\dfrac{a}{2\sin\alpha}=\dfrac{6}{2\sin 30^\circ}=\dfrac{6}{2\cdot\frac{1}{2}}=6\,(\text{см})$.

№ 11. **Ответ:** 6 см.

Решение: формула объема шара $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$. $\dfrac{4}{3}\pi R^3=36\pi$; $R^3=27$; $R=3$ см. $D=2R=6$ см.

№ 12. **Ответ:** на 30°.

II часть

№ 13. **Решение:** $2^{\frac{4}{\log_{30}16}} = 2^{4\log_{16}30} = 16^{\log_{16}30} = 30$.

Ответ: 30.

№ 14 **Решение:** $x + \sqrt{3x+7} = 7$; $\sqrt{3x+7} = 7 - x$; $\begin{cases} 7 - x \ge 0, \\ 3x + 7 = 49 - 14x + x^2; \end{cases}$

$\begin{cases} x \le 7, \\ x^2 - 17x + 42 = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x \le 7, \\ x = 3 \text{ или } x = 14; \end{cases}$ $x = 3$.

Ответ: 3.

№ 15. **Решение:** $$\int_0^{-\frac{\pi}{24}} \frac{2dx}{\sin^2\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)} = -ctg\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\Bigg|_0^{-\frac{\pi}{24}} = -ctg\left(-\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{4}\right) + ctg\left(0+\frac{\pi}{4}\right) =$$

$$= -ctg\frac{\pi}{6} + ctg\frac{\pi}{4} = -\sqrt{3} + 1.$$

Ответ: $1 - \sqrt{3}$.

№ 16. **Решение:** В треугольнике ΔABC $AB = 6$ см, $BC = 25$ см и $AC = 29$ см. Наибольшая высота треугольника проведена к его наименьшей стороне. Так как наименьшая сторона AB и $CK \perp AB$, то CK – искомая высота.

$p = \frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{6 + 25 + 29}{2} = 30$ (см).

По формуле Герона $S = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - AC)}$.

$S = \sqrt{30(30-6)(30-25)(30-29)} = \sqrt{30 \cdot 24 \cdot 5 \cdot 1} = \sqrt{5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 5} = 5 \cdot 6 \cdot 2 = 60$ (см^2).

$S = \frac{1}{2} AB \cdot CK$. $CK = \frac{2S}{AB} = \frac{2 \cdot 60}{6} = 20$ (см).

Ответ: 20 см.

№ 17. **Решение:** $y = 3^{x-2}$ и $y = 3^{x-3} + 6$.

$3^{x-2} = 3^{x-3} + 6$; $3^{x-2} - 3^{x-3} = 6$; $3^{x-3}(3-1) = 6$; $3^{x-3} \cdot 2 = 6$; $3^{x-3} = 3$;

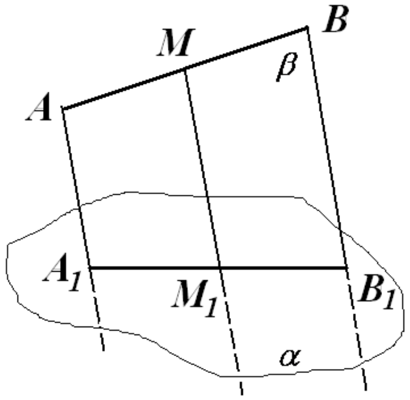
$3^{x-3} = 3^1$; $x - 3 = 1$; $x = 4$.

$y(4) = 3^{4-2} = 3^2 = 9$.

Значит, точкой пересечения графиков функций будет точка с координатами $(4;9)$.

Ответ: $(4;9)$.

№ 18. **Решение:** Отрезок AB не пересекает плоскость α. Точка M – середина AB. Прямые AA_1, BB_1, MM_1 – параллельны и пересекают плоскость α в точках A_1, B_1, M_1 соответственно. $AA_1 = 5$ см, $BB_1 = 7$ см. Найдем MM_1.



Так как параллельные прямые AA_1, BB_1, MM_1 пересекают прямую AB, то через них можно провести плоскость β. Плоскости α и β имеют общие точки A_1, B_1, M_1, тогда они пересекаются по прямой, проходящей через эти точки, $M_1 \in A_1B_1$. Следовательно AA_1B_1B – плоский четырехугольник, у которого $AA_1 \parallel BB_1$ и $AA_1 \ne BB_1$.

Значит, AA_1B_1B – трапеция. Так как параллельные прямые AA_1, BB_1, MM_1 делят сторону

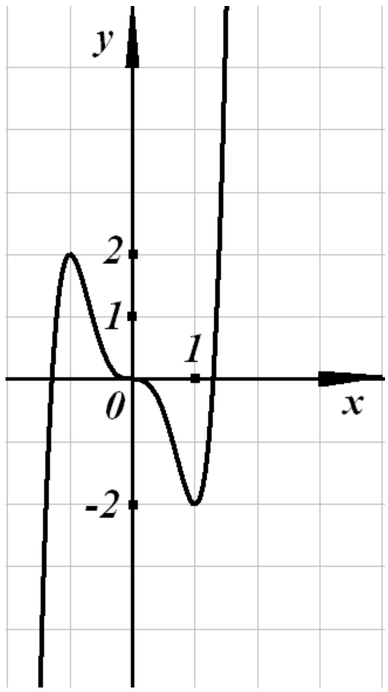
AB пополам, то по теореме Фалеса они и сторону A_1B_1 делят пополам, тогда M_1 – середина A_1B_1 и MM_1 – средняя линия трапеции AA_1B_1B.

$$MM_1 = \frac{AA_1 + BB_1}{2} = \frac{5+7}{2} = 6\,(\text{см})$$

Ответ: 6 см.

№ 19. Решение: $y = 3x^5 - 5x^3$.

1) Область определения $D(y) = R$.
2) Определим четность функции $y(-x) = 3(-x)^5 - 5(-x)^3 = -3x^5 + 5x^3 = -(3x^5 - 5x^3)$.
Так как $y(-x) = -y(x)$, то функция нечетная. Значит, ее график симметричен относительно начала координат.



3) Найдем точки пересечения графика с осями координат.
$y(0) = 0$. Значит, график проходит через начало координат.
$3x^5 - 5x^3 = 0$; $3x^3\left(x^2 - \frac{5}{3}\right) = 0$; $x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$, $x_2 = 0$, $x_3 = \sqrt{\frac{5}{3}}$.
Значит, график пересекает ось Ox в точках $\left(-\sqrt{\frac{5}{3}};0\right)$, $(0;0)$ и $\left(\sqrt{\frac{5}{3}};0\right)$.
4) Исследуем функцию на монотонность и экстремумы.
$y'(x) = \left(3x^5 - 5x^3\right)' = 15x^4 - 15x^2$. $y'(x)$ существует на всей $D(y)$
$y'(x) = 0$, если $15x^4 - 15x^2 = 0$; $15x^2(x^2 - 1) = 0$; $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$.
$x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$ – стационарные точки.
Составим таблицу. Так как данная функция нечетная, то заполним таблицу и построим график при $x \ge 0$, а затем отразим его симметрично относительно начала координат.

x	0	$0 < x < 1$	1	$x > 1$
$y'(x)$	0	–	0	+
$y(x)$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$
			min	

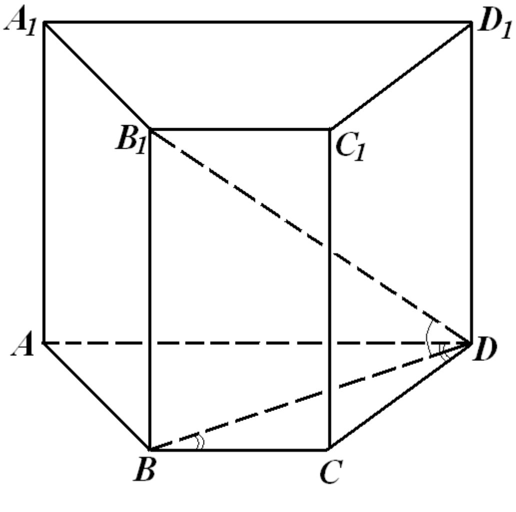
$y(1) = 3 - 5 = -2$.

$y'\left(\frac{1}{2}\right) = 15 \cdot \frac{1}{16} - 15 \cdot \frac{1}{4} = 15 \cdot \left(-\frac{3}{16}\right) = -\frac{45}{16}$, $y'\left(\frac{1}{2}\right) < 0$;

$y'(2) = 15 \cdot 16 - 15 \cdot 4 = 15 \cdot 12 = 180$,

$y'(2) > 0$.

Построим график.

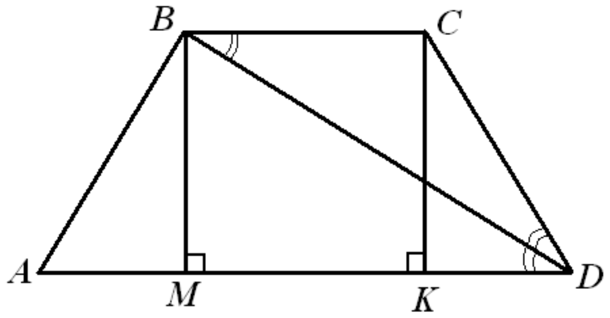


№ 20. Решение:

Пусть $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямая призма. Ее основание $ABCD$ – равнобедренная трапеция, $BC \parallel AD$ – основания трапеции и $BC < AD$, тогда $BC = 8$ см, $\angle A = \angle D = 60°$ – острые углы трапеции. Высотой призмы является боковое ребро. Так как боковые ребра призмы перпендикулярны плоскости основания, то диагонали призмы являются наклонными к плоскости основания, а диагонали трапеции – их проекциями на эту плоскость. Так как диагонали равнобедренной трапеции равны, все боковые ребра равны, то равны и диагонали призмы. Так как *BD* – проекция B_1D на плоскость основания трапеции, то $\angle B_1DB = 30°$.

Найдем объем призмы по формуле $V = S_{осн}H$, где $S_{осн}$ – площадь основания призмы, $S_{осн} = S_{ABCD}$; *H* – высота призмы, $H = BB_1$.

Рассмотрим равнобедренную трапецию $ABCD$, *AB* = *CD*. Так как *DB* – биссектриса $\angle D$, то



$\angle CDB = \angle ADB = \frac{1}{2}\angle ADC = 30°$.

$\angle CBD = \angle ADB$ как внутренние накрест лежащие углы при $BC \parallel AD$, *DB* – секущая. Тогда $\angle CBD = \angle CDB$ и ΔBCD будет равнобедренным с основанием *DB*. Следовательно *BC* = *CD* = 8 см как боковые стороны этого треугольника. Значит, *AB* = *CD* = 8 см как боковые стороны трапеции.

Проведем $BM \perp AD$ и $CK \perp AD$. Тогда *MBCK* – прямоугольник и *BC* = *MK* = 8 см.

Из ΔABM $(\angle M = 90°)$:

$$AM = AB \cdot \cos\angle A = 8 \cdot \cos 60° = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4\,(\text{см});$$

$$BM = AB \cdot \sin\angle A = 8 \cdot \sin 60° = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\,(\text{см}).$$

$\Delta ABM = \Delta DCK$ по гипотенузе и острому углу и *AM* = *KD* = 4 см.

AD = *AM* + *MK* + *KD* = 16 см.

$$S_{осн} = S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot BM = \frac{8+16}{2} \cdot 4\sqrt{3} = 48\sqrt{3}\,(\text{см}^2).$$

Из ΔDBM $(\angle M = 90°)$:

$$BD = \frac{BM}{\sin\angle MDB} = \frac{4\sqrt{3}}{\sin 30°} = 4\sqrt{3} : \frac{1}{2} = 8\sqrt{3}\,(\text{см}).$$

Из ΔBB_1D $(\angle B = 90°)$:

$$BB_1 = BD \cdot tg\angle B_1DB = 8\sqrt{3} \cdot tg\,30° = 8\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 8\,(\text{см}).$$

Итак $V = S_{осн}H = 48\sqrt{3} \cdot 8 = 384\sqrt{3}\,(\text{см}^3)$.

Ответ: $384\sqrt{3}$ см^3.