

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ДОНЕЦКИЙ ИНСТИТУТ
ПОСЛЕДИПЛОМНОГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Отдел образования города Донецка

Донецкая гимназия № 70

СОГЛАСОВАНО

Протокол заседания Ученого совета
Донецкого института последиплом-
ного

педагогического образования

_____ 20 _____ № _____

УТВЕРЖДЕНО

Приказом Министерства образования
и науки Донецкой Народной Респуб-
лики

_____ 20 _____ № _____

Программа факультативного курса

ЛОГИКА

5 класс

35 часа

ДОНЕЦК – 2016

«Одобрено к использованию
в образовательных организациях»
Министерство образования и науки ДНР
Приказ от _____ № _____

Рецензенты:

1. Костина Т.В., кандидат экономических наук, доцент кафедры экономики и менеджмента Донецкого национального университета экономики и торговли им. М. Туган - Барановского
2. Шитикова Я.М., учитель математики Донецкой гимназии № 70, учитель высшей категории, учитель-методист.

Составитель:

Полунина Надежда Сергеевна, учитель математики Донецкой гимназии № 70, учитель высшей категории, учитель-методист.

Программа факультативного курса «Логика» предназначена для учащихся 5 классов общеобразовательных школ, лицеев и гимназий. Рассчитана на 35 часов. Особое внимание уделяется практикуму по решению задач, методы решения которых не рассматриваются в курсе математики. Такие задачи способствуют развитию интеллектуальных способностей обучающихся, приобретению умений рассуждать и доказывать, формированию творческой компетентности. Только незначительная часть времени отводится на изучение теоретического материала, что способствует формированию навыков самообразовательной деятельности.

Экспертный листок.

Составитель Полунина Надежда Сергеевна, учитель математики Донецкой гимназии № 70, учитель высшей категории, учитель-методист.

Рецензенты:

Костина Т.В., кандидат экономических наук, доцент кафедры экономики и менеджмента Донецкого национального университета экономики и торговли им. М. Туган - Барановского

Шитикова Я.М., учитель математики Донецкой гимназии № 70, учитель высшей категории, учитель-методист (практик).

Утверждено педагогическим советом гимназии

(протокол № 5 от «11» января 2016)

Директор Донецкой

гимназии № 70 _____

Р.А.Самойлова

Согласовано с методическим центром (кабинетом)

Директор (Заведующий)

Береза Е.Н.

Научно- методическая экспертиза ИППО:

Пояснительная записка.

Программа факультативного курса «Логика» предназначена для учащихся 5 классов общеобразовательных школ, лицеев и гимназий.

Одним из путей реализации новых образовательных стандартов является введение в учебные планы школ курсов и факультативов, которые бы соответствовали требованиям нового содержания образования. Одним из таких курсов является логика.

Именно при решении логических задач учащиеся овладевают методами доказательств и алгоритмов решения, учатся находить нестандартные решения, моделировать ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат. Занимательные задачи способствуют развитию познавательного интереса учащихся, формированию творческой компетентности.

Овладение логической культурой предполагает ознакомление учащихся с основами логической науки, которая в течение двухтысячелетнего развития накопила теоретически обоснованные и оправдавшие себя методы и приёмы рационального рассуждения.

Логика способствует становлению самосознания, интеллектуальному развитию личности, помогает формированию научного мировоззрения, овладению навыками познавательной, учебно-исследовательской деятельности, навыками разрешения проблем. При решении логических задач формируются способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения.

Логическое знание является необходимым в каждом школьном курсе. Поэтому, как ни одна из других школьных дисциплин, логика опирается на межпредметные связи через использование разнообразных понятий широкого круга учебных предметов, суждений, умозаключений, доказательств и опровержений, а также на особенности развития логического мышления учащихся в процессе обучения разным дисциплинам.

В результате успешного изучения курса учащиеся должны знать алгоритмы решения некоторых видов логических задач, научиться работать с дополнительной литературой, уметь составить математическую модель для решения задач из различных областей знаний, применять знания в новой ситуации.

Контроль знаний учащихся осуществляется по результатам взаимопроверки и самопроверки.

Программа факультативного курса рассчитана на 35 часов. Занятия проходят 1 раз в неделю как практикум по решению задач.

Цели обучения:

1. формирование представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;
2. овладение знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни;
3. развитие логического мышления, алгоритмической культуры, критичности мышления.

Задачи изучения курса.

1. Дать представление об основных формально-логических операциях, показать логические принципы в действии при решении содержательно интересных проблем.
2. Повысить общий уровень культуры мыслительной деятельности учащихся: способствовать развитию умения анализировать, сравнивать, обобщать, устанавливать причинно-следственные связи, аргументировано проводить рассуждения и доказательства и т.д.
3. Сформировать умение замечать математические ошибки в устной и письменной речи, показать правильные пути опровержения этих ошибок.
4. Осуществить переход от индуктивного умения оперировать суждениями и понятиями, терминами и высказываниями к сознательному применению правил и законов.
5. Выработать практические навыки последовательного и доказательного мышления.

Ожидаемые результаты:

1. усвоение учащимися базовых знаний по математике;
2. овладение способами исследовательской деятельности;
3. формирование творческой компетентности;
4. успешное выступление на олимпиадах, конкурсах, играх.

Учебно-тематический план

Наименование разделов и тем	Количество часов			Формы контроля
	Всего	теория	практика	
Тема 1. Введение. Задачи на находчивость. Задачи-шутки. Шарады. Метаграммы. Анаграммы.	2		2	Самопроверка, взаимопроверка.
Тема 2. Натуральные числа. Комбинации с числами	2		2	Фронтальный опрос.
Тема 3. Задачи на нахождение соответствия	2		2	Самопроверка.
Тема 4. Забавные исчезновения. Остроумный делёж. Затруднительные положения	2		2	Разбор решённых задач.
Тема 5. Игры со спичками	2		2	Самопроверка.
Тема 6. Волшебные квадраты	2		2	Самопроверка.
Тема 7. Задачи на взвешивание	2	0,5	1,5	Разбор решённых задач.
Тема 8. Делимость чисел.	3	0,5	2,5	Взаимопроверка.
Тема 9. Задачи на переливание.	4	1	3	Разбор решённых задач
Тема 10. Принцип Дирихле и его применение к решению задач.	4	1	3	Разбор решённых задач.
Тема 11 Графы и их применение к решению задач	4	1	3	Разбор решённых задач, выступление учащихся.

Тема 12. Множество. Способы задания множеств. Пересечение и объ- единение множеств	2	0,5	1,5	Фронтальный опрос.
Тема 13. Подмножество. Диа- грамма Эйлера-Венна	3	0,5	2,5	Разбор решен- ных задач, вы- ступление уча- щихся.
Тема 14. Итоговое занятие	1		1	
Всего	35	5	30	

Программа факультативного курса «Логика»

№	Название темы	Содержание учебного материала	Количество часов	Планируемые результаты
1-2	Введение. Задачи на находчивость. Задачи-шутки. Шарады. Метаграммы. Анаграммы. Ребусы.	Решение логических задач, ребусов, метаграмм, анаграмм, шарад. Самостоятельное составление учащимися метаграммы и шарады.	2	Развивать логическое мышление, внимание, формировать интерес к математике.
3-4	Натуральные числа. Комбинации с числами.	1. Задачи на представление знаков действия и скобок, чтобы получить заданное число. 2. Задачи на вычеркивание из заданного числа определенного количества цифр, чтобы получить наибольшее (наименьшее) число. 3. Задачи на подсчет количества цифр, необходимого для нумерации заданного количества страниц. 4. Записать число, используя только данную цифру определенное число раз.	2	Развивать логическое мышление, навыки анализа, формировать творческую компетентность.
5-6	Задачи на нахождение соответствия	1. Решение задач на нахождение	2	Развивать наблюдатель-

		соответствия и исключение лишнего; 2. Найти закономерность и продолжить ряд; 3. Найдя закономерность в верхней строке, поставить нужное число или нарисовать рисунок в нижней строке.		ность, внимание.
7-8	Забавные исчезновения. Остроумный делёж. Затруднительные положения	Решение логических задач: переправа через реку, пропорциональный раздел денег, дележ имущества.	2	Развивать познавательный интерес, интеллектуальные и творческие способности, самостоятельность мышления.
9-10	Игры со спичками	Решение задач на перекладывание спичек.	2	Развивать познавательный интерес, наблюдательность, навыки анализа.
11-12	Волшебные квадраты.	Решение логических задач, основанных на магических или волшебных квадратах.	2	Развивать познавательный интерес, интеллектуальные и творческие способности, самостоятельность мышления.
13-14	Задачи на взвешивание.	1. Решение задач на нахождение фальшивой монеты с помощью определенного коли-	2	Формировать навыки анализа, применения знаний в нестандартной ситуации;

		чества взвешиваний на рычажных весах. 2. С помощью рычажных весов отвесить заданное количество крупы за определенное количество взвешиваний.		развивать логическое мышление, формировать творческую компетентность.
15-17	Делимость чисел.	Решение задач, связанных с делимостью целых чисел; разложением на множители; свойством числа, делящегося на каждое из двух взаимно простых чисел, свойствами четности и нечетности.	3	Развивать логическое мышление, формировать умения применять имеющиеся знания в новой, нестандартной ситуации.
18-21	Задачи на переливание.	Решение задач вида: как с помощью ёмкостей заданного объема отмерить определённое количество жидкости.	4	Формировать навыки анализа, применения знаний в нестандартной ситуации; развивать логическое мышление, формировать творческую компетентность.
22-25	Принцип Дирихле и его применение к решению задач.	Решение задач на доказательство с помощью принципа Дирихле.	4	Развивать логическое мышление, формировать познавательный интерес, навыки анализа, умения аргументировать своё высказывание, культуру устной речи.

26-29	Графы и их применение к решению задач	Сформулировать определение графа, его ребер и вершин. Решение логических задач с помощью графов.	4	Развивать логическое мышление, графическую культуру, аккуратность, наблюдательность.
30-31	Множество. Способы задания множеств. Пересечение и объединение множеств	Сформулировать определение множества, пустого множества. Дать понятие пересечения и объединения множеств.	2	Развивать логическое мышление, графическую культуру, аккуратность, наблюдательность.
32-34	Подмножество. Диаграмма Эйлера-Венна	Сформулировать определение подмножества данного множества. Решение логических задач с помощью диаграммы Эйлера-Венна.	3	Развивать логическое мышление, графическую культуру, культуру устной и письменной речи, аккуратности, наблюдательность . Формировать творческую и коммуникативную компетентность.
35	Итоговое занятие	Решение олимпиадных задач.	1	

Литература, рекомендованная для учителя

1. Сборник олимпиадных задач по математике 6-8 класс./Сост. Довбыш Р.И., Потемкина Л.Л., Потемкин В.Л. – Донецк: Каштан, 2005.
2. Аменицкий Н.Н., Сахаров И.П. Забавная арифметика.-М.:Наука. Гл.ред. физ.- мат. лит., 1991.
3. Бабинская И.Л. Задачи математических олимпиад.-М.: Наука, 1975.
4. Баранова Т.А., Блинков А.Д., Кочетков К.П. и др. Олимпиада для 5-6 классов. Весенний турнир Архимеда.М.: МЦНМО, 2003.
5. Буковська О.Ш., Васильєва Д.В. Логіка. 5 клас: Навчально-методичний посібник.- Харків: ФОП Співак В.Л., 2011.
6. Буковська О.Ш., Васильєва Д.В. Логіка. 5 клас: Навчальний посібник.- Харків: ФОП Співак В.Л., 2011.
7. Гарднер М. Математические головоломки и развлечения.- М., 1971.
8. Гайштут А.Г. Математика в логических упражнениях.- К.:Рад.шк., 1985.
9. Кордемский Б.А. Математическая смекалка.- М., 1963.
10. Спивак А.В. Математический праздник. – М.:Бюро Квантум, 200.
11. Русанов В.М. Математические олимпиады для младших школьников.- М.: Просвещение, 1990.
12. Фарков А.В. Математические олимпиады в школе. 5-11 класс.- М.: Айрис- пресс, 2005.
13. Яценко И.В. Приглашение на математический праздник.- М.: МУНМО, ИЕРО, 1998.
14. Журнал «Квант» 1970-2004 гг.

Литература, рекомендуемая для учащихся.

1. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Математика: Учебник для 5 класса.- Х.: Гимназия, 2005.
2. Материалы международного математического конкурса «Кенгуру».

Электронные ресурсы.

1. <http://mmmf.msu.ru/archive/20052006/z5/12.html>
2. <http://www.math-on-line.com/olympiada-edu/katalog-math-arithm-devide-6ga.html>

Занятие 1-2. Введение. Задачи на находчивость. Задачи- шутки. Шарады. Метаграммы. Анаграммы. Ребусы.

Цель: познакомить учащихся с ребусами, метаграммой и анаграммой. Развитие логического мышления, внимания, формирование интереса к математике.

Решить задачи на сообразительность.

1. Три мальчика Коля, Петя и Витя пошли в магазин и по дороге нашли три рубля. Сколько денег нашел бы Петя, если бы пошел в магазин один?
2. Шла баба в Мариуполь и встретила трех ребят. Каждый из них нес по мешку, в каждом мешке по коту. Сколько существ шло в Мариуполь?
3. Длина бревна 5 метров. За минуту от бревна отпиливают по одному метру. За сколько минут будет распилено бревно?
4. Сколько концов у 4 палок? У 5 палок? У 5 с половиной палок?
5. Тыква весит 3 кг и еще пол тыквы. Сколько весит тыква?
6. Яблоко и груша вместе стоят 17 копеек. 5 яблок и 2 груши – 55 копеек. Сколько стоит 1 яблоко и 1 груша?
7. На руках 10 пальцев. Сколько пальцев на 10 руках?
8. Петух своим криком может разбудить человека. Сколько человек своим криком могут разбудить 3 петуха?
9. Яйцо всмятку варят 3 мин. Сколько времени необходимо, чтобы сварить 4 яйца?
10. У отца есть сын, который его в 2 раза младше. Сын родился тогда, когда отцу было 24 года. Сколько теперь лет сыну?
11. В домике Бабы – Яги дружно живут животные. Все, кроме двух – усаые тараканы, все, кроме двух – черные коты, все, кроме двух – мудрые совы. Сколько тараканов, котов и сов живет в избушке Бабы – Яги?
12. Шесть белок съедают 6 орехов за 6 минут. Сколько белок съедят 100 орехов за 100 минут?

13. Три коня пробежали 30 км, сколько км пробежал каждый конь?
14. Который сейчас час, если через шесть с половиной часов будет 4 часа после полуночи?
15. В классе 9 мальчиков и 13 девочек. Ровно половина детей ходит в бассейн. Какое наименьшее количество девочек может ходить в бассейн?
16. КУВШИН = БУТЫЛКА + СТАКАН
 ДВА КУВШИНА = СЕМЬ СТАКАНОВ
 БУТЫЛКА = ЧАШКА + ДВА СТАКАНА.
 БУТЫЛКА = СКОЛЬКО ЧАШЕК ?

Расшифровать поговорки.

1. У СМІЕ ЯКЕНН ЯТИД БЗЕ ЗАГАЛ (у семи нянек дитя без глаза)
2. ЛОПСЕ КАРДИ АМУЛАКИК ЕН ШУТАМ (после драки кулаками не машут)
3. ДОНА АШАПРИЯВ ЦОВА ВЁС ОДАСТ ПРИОТТ (Одна паршивая овца всё стадо портит)

Шарада – разновидность загадки. Представляет собой разбиение слова на слоги таким образом, что каждый слог имеет смысл самостоятельного слова. После чего, как в загадке, дается описание каждого из этих слов-слов (например, факт+ура=фактура). Понятие слога в шарадах не совпадает с понятием слога в фонетике. Слог в шараде лишь в частном случае может представлять собой фонетический слог, но может состоять и из нескольких фонетических слогов, а может вообще не содержать гласных.

Слоги в шарадах могут быть любой частью речи : глаголы, существительные, прилагательные. Чаще всего шарady представлены в стихах.

Метаграмма – разновидность шарад, в которых зашифрованы различные слова, состоящие из одного и того же числа букв. Разгадав одно из слов метаграммы, нужно заменить в нем одну букву, чтобы получилось новое слово по смыслу загадки. Также существуют головоломки, целью которых является последовательным изменением по одной букве, перейти от одного загаданного слова к другому в заданное число шагов.

Упражнения.

Шарады

Первое – нота, второе – тоже,
 а целое на боб похоже.
 (фа – соль)

Мой первый слог – на дереве,
 второй мой слог – союз.
 А в целом я – материя
 и на костюме гоюсь. (сук-но)

Метаграммы

1. Когда я с д – меня сорвут,
когда я с т – на мне плывут
(плод – плот)

2. С б – ужасной я бываю,
С м – меха я поедаю,
С р – актёру я нужна,
С с – для повара важна.
(боль, моль, роль, соль)

5. За 4 хода получить из слова *кит*
слово *сом*. За один ход можно изме-
нить только одну букву.

За 5 ходов получить из слова
коза слово волк. За один ход можно
изменить только одну букву.

3. С ю – я по воде скольжу,
С я – на голове сижу
(шлюпка- шляпка)

4. Хоть мала я, но взгляни –
весь мир в себе я отражаю.
А «К» на «ц» перемени –
Я по болоту зашагаю.
(капля –цапля)

КИТ-КОТ-КОМ-СОМ

КОЗА-ПОЗА-ПОЛА-ПОЛК-ВОЛК

Анаграмма - литературный прием, состоящий в перестановке букв или звуков определенного слова или словосочетания, что в результате дает другое слово или словосочетание.

Упражнения.

Решить анаграмму, исключить лишнее слово.

1. РГУК, ОСЛИЧ, ОМЪБЁ, ТНЕСА (круг, объём, число, стена)
2. ТИМАНУ, ТРЕМ, КДАНУСЕ, ТИУКС (минута, метр, секунда, сутки)

Самостоятельная работа.

1. С в-нужна я для тепла, а порой и для леченья. Если ж сменишь в на х, то получится строенье. (вата-хата)
2. Меня ты не напрасно ценишь – тебя насытить я могу. но если у на е ты сменишь, я по деревьям побегу. (булка-белка)
3. За 6 ходов получите из слова *тост* слово *речь*. (тост- тест - тент- тень-течь – речь)

Занятие 3-4. Натуральные числа. Комбинации с числами.

Цель: Развитие логического мышления, навыков анализа, формирование творческой компетентности.

1. Как записать 100 шестью цифрами 4? (444-44):4
2. Запишите наименьшее и наибольшее четырёхзначные числа, в которых все цифры разные.
3. Запишите наименьшее и наибольшее четырёхзначные числа с помощью цифр 0, 1, 2, 5
4. В записи 88888888 поставить между некоторыми цифрами знак сложения так, чтобы сумма равнялась 1000. (888+88+8+8+8)
5. Из числа 180032678910 вычеркнуть шесть цифр, чтобы полученное число было наибольшим из возможных чисел. (878910)
6. Написано 99 чисел : 1, 2, 3, ...97,98,99. Сколько раз в записи встречается цифра 5. (20 раз)
7. Сколькими нулями заканчивается произведение чисел от 1 до 25 включительно? (6)
8. Запишите 100 девятью различными цифрами, соединенными знаками действий.

(1+2+3+4+5+6+7+8*9)

8. Решить ребус.

БУКВА

+

БУКВА

СЛОВО

ОЗОРНИК

ЗОРНИК

ОРНИК

+ РНИК

НИК

ИК

К

5553321

Ответ:

1) 13904+13904=27808

2) 4748253

9. Сколько необходимо знаков, чтобы пронумеровать в книге 95 страниц? (181 знак)

Занятие 5-6. Задачи на нахождение соответствия.

Цель: Развитие наблюдательности, внимания учащихся.

1. Найти неизвестное число.

Рассмотрим первую строчку задания и проанализируем число, записанное в римской системе нумерации. В слове «электричество» 13 букв. Справа это количество букв записано римскими цифрами. Предполагаем, что число, записанное римскими цифрами, обозначает количество букв данного слова. В слове «математик» 9 букв. Записав это число в римской системе нумерации,

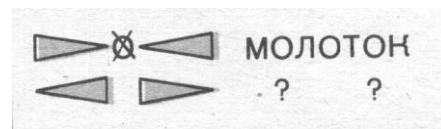
ЭЛЕКТРИЧЕСТВО	XIII
МАТЕМАТИК	?

получим неизвестное.

Ответ: IX.

2. Найти неизвестное слово.

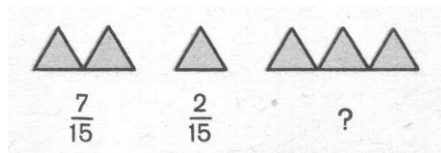
Верхняя часть рисунка – модель слова «молоток». Треугольники иллюстрируют соответственно первые и последние три буквы этого слова «мол» и «ток», буква «о» перечеркнута. Так как в нижней части рисунка изображены эти же треугольники, но перевернутые, делаем вывод, что слова «мол» и «ток» следует прочесть справа налево.



Ответ: лом, кот.

4. Найти неизвестное число.

Число треугольников, изображенных справа, равно сумме остальных треугольников. Естественно предположить, что искомое число – результат сложения данных чисел.

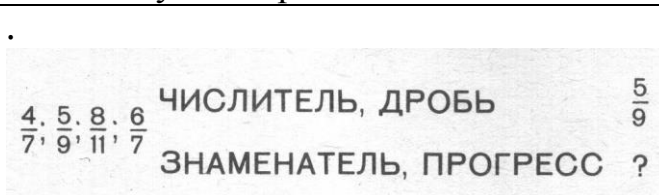


Ответ: $\frac{3}{5}$.

5. Какое из данных чисел следует выбрать?

Рассмотрим верхнюю строку задания. Число $\frac{5}{9}$ принадлежит данному набору чисел. В слове «дробь» 5 букв. В слове «числитель» – 9 букв. Следовательно, числитель полученной дроби – количество букв второго слова, знаменатель – количество букв первого слова. Нижняя часть рисунка состоит из слов «знаменатель» и «прогресс». В слове «прогресс» 8 букв, в слове «знаменатель» – 11 букв. Следовательно, из данного набора чисел выбираем дробь $\frac{8}{11}$.

Ответ: $\frac{8}{11}$.



В некоторых задачах нужно угадать, какое слово следует поставить в скобках вместо звездочек.

Например: корова (коза) закон
каjeta (****) шашки

Внимательно посмотрим на слово первого ряда в скобках. Слово «коза» состоит из первого слога первого слова (ко-рова) и первого слога второго слова (за-кон). Если мы также составим слово в скобках следующего ряда, то получим слово «каша». Следует помнить, что в слове должно быть столько же букв, сколько звездочек в скобках, а правило построения слов может быть изменено.

Упражнения.

1. Вставить пропущенное слово.

плато (танк) окунь
верба (****) атлас

аргон (роза) гроза
атлет (****) норма

2. Вставь пропущенные рисунки, слова или буквы.

$2x - 3 = 5$		$2 + x = 5$		
$8 - x = 2$		$9x - 5 = x - 5$		

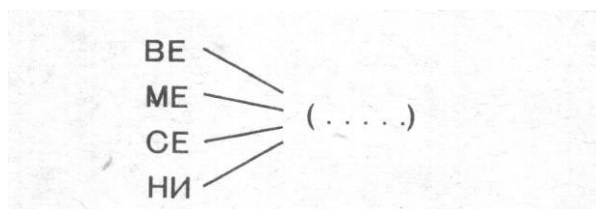
	$3x - 5 = 4$ $9 - 2x = 1$	МОТОК	БУРЬЯН		БУРЯ
	$x + 4 = 10$ $11 - 2x = -3$	?	ВАЛЕНОК		ВЕНОК
			НИОСК		ИСК

		ПОРТРЕТ	4	ПОРТ
ТРЕСНА	РОЗА	ЛЕСНА	3	?

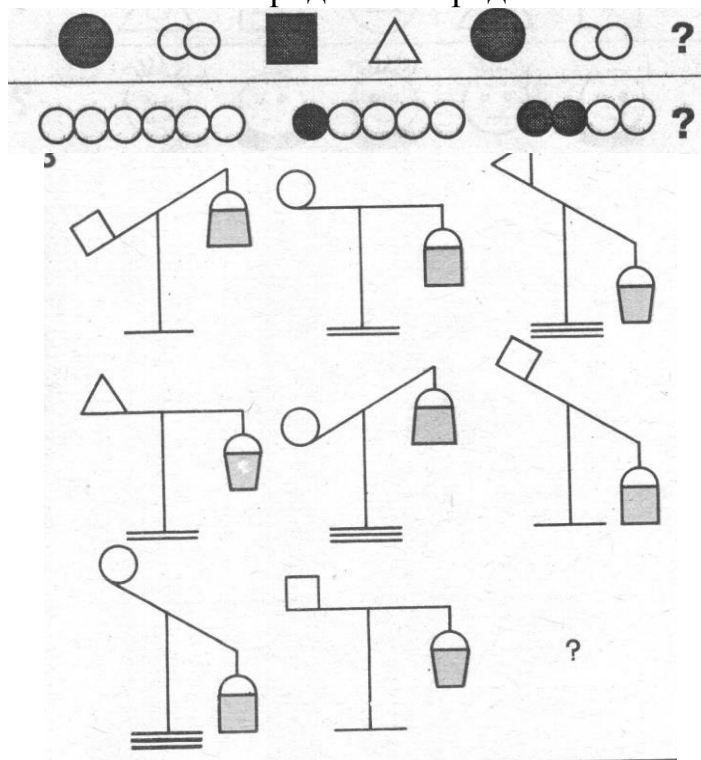
МАЛЬЧИК	БАШМАН
$7; \frac{11}{4}; \frac{3}{2}$	$\frac{5}{9}; \frac{7}{3}; 7$
	?

1 2 3 4 5	АВТОР
3 4 2 1 5	?

3. Окончанием данных слов служит математический термин. Найдите его.



4. Продолжить ряд.



Занятие 7-8. Забавные исчезновения. Остроумный делёж. Затруднительные положения.

Цель: Развитие познавательного интереса учащихся, интеллектуальных и творческих способностей, самостоятельности мышления.

1. У помещика в погребе был шкаф, похожий по форме на квадрат, разделенный на 9 ящиков. В среднем ящике была сложена пустая посуда, а в остальных ящиках были расставлены 32 бутылки вина так, что в каждом угловом ящике было по 1 бутылке, а в каждом из средних ящиков по 7 бутылок. Словом, на каждой стороне ящика было по 9 бутылок. Лакей помещика заметил, что скупой хозяин, проверяя число бутылок, считает только бутылки по сторонам квадрата. Для помещика важно лишь, чтобы на каждой стороне квадрата было по 9 бутылок. На следующий день лакей унёс 4 бутылки, а остальные расставил так, чтобы на каждой стороне квадрата было по 9 бутылок. Помещик вскоре пересчитал бутылки по-своему и не догадался, что 4 из них украдены. Лакей был рад этому и на следующий день снова унес 4 бутылки, а остальные расставил так, что на каждой стороне квадрата было опять по 9 бутылок. Помещик и тут не заметил пропажи. Тогда лакей в третий раз украл 4 бутылки, а остальные расставил так, что на каждой стороне

квадрата было опять по 9 бутылок. Как лакей расставлял бутылки после каждой кражи?

2. У одного вельможи был крест, украшенный крупными бриллиантами. Он никогда не интересовался тем, сколько бриллиантов вставлено в крест. Вельможа знал лишь одно: если он начинал считать с одного из боковых концов или с верхнего конца вниз до основания креста, то всегда насчитывал 9 бриллиантов. Как-то раз понадобилось отдать крест в починку. Вельможа призвал мастера и, отдавая ему крест, сказал: «Прошу вас, чтобы все бриллианты были в целости. Давайте вместе проверим их». И вельможа стал вслух «посвоему» считать бриллианты. Мастер заметил это и, так как он не отличался особой честностью, при починке вынул два камня и возвратил крест вельможе, не подменив, однако, настоящих камней фальшивыми. Тот пересчитал камни и нашел, что они все целы. Как мастер ухитрился провести вельможу?

3. Два работника сели обедать. У одного было 4 лепешки, у другого только 3 лепешки. Стоимость лепешек была одинаковой. Подошел к ним прохожий и попросил у них поесть, причем обещал уплатить деньгами за ту часть лепешек, которая придется на его долю. Работники согласились. После обеда, за которым все ели поровну, прохожий отдал работникам 7 копеек. Как им разделить деньги между собой?

Решение: если один человек съел лепешек на 7 копеек, значит, все лепешки стоили 21 копейку. Тогда 1 лепешка стоит $21:7=3$ копейки. Первый работник израсходовал $3*4=12$ копеек. Но 7 он израсходовал на себя. Значит, он должен получить 5 копеек. Тогда второй работник должен получить 2 копейки.

4. Мужичку надо переправить через реку волка, козу и капусту. Да вот беда: лодка так мала, что в ней может поместиться только мужичок, а с ним либо волк, либо коза, либо капуста. Дело усложняется еще и тем, что при переправе волка нельзя оставить с козой, так как он ее съест. Капусту тоже нельзя оставить с козой, так как коза съест капусту. Мужичок думал-думал, но всё-таки перевёз всех на другую сторону. Как ему удалось это сделать?

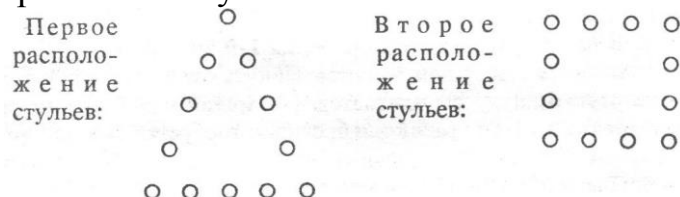
Решение: сначала переправился мужик с козой. Вернувшись назад, он перевез волка, а козу забрал обратно. Затем мужик перевез капусту, и потом забрал козу.

5. Два мальчика Коля и Петя стали расставлять по стенам беспорядочно раскиданные стулья. Вскоре Коля остановился и сказал Пете: «Стой, а расстановка ты все эти 12 стульев тремя рядами так, чтобы в каждом ряду было по 5 стульев». Петя сначала не сумел этого сделать, но потом все же расставил стулья так, как просил его Коля. После этого он сказал Коле: «А не расста-

вишь ли ты теперь эти 12 стульев у 4 стен так, чтобы у каждой стены было по 4 стула». Коля 2 раза ошибался при расстановке стульев, но, в конце концов, сумел это сделать.

Как расставил стулья Петя? Как расставил стулья Коля?

Решение:



Занятие 9-10 Игры со спичками.

Цель: Развитие познавательного интереса учащихся, наблюдательности, навыков анализа.

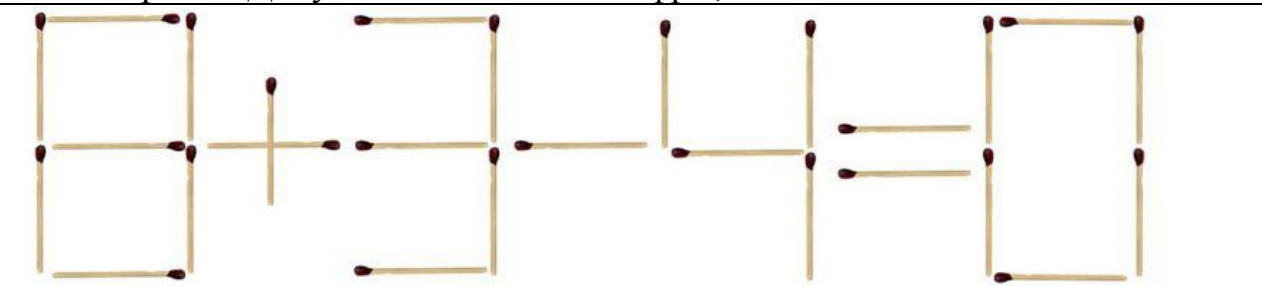
1. Двенадцать спичек расположены так, как показано на рисунке. Сколько здесь квадратов? а). Уберите 2 спички так, чтобы образовалось два неравных квадрата. б). Переложите 3 спички так, чтобы образовалось 3 равных квадрата. в). Переложите 4 спички так, чтобы образовалось 10 неравных квадратов.	
---	--

а) б) в)	Ответ.
--------------------	---------------

2. Из спичек составлено неверное равенство. Переставить одну спичку так, чтобы равенство стало верным.	
---	--

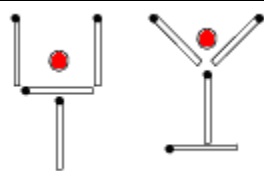
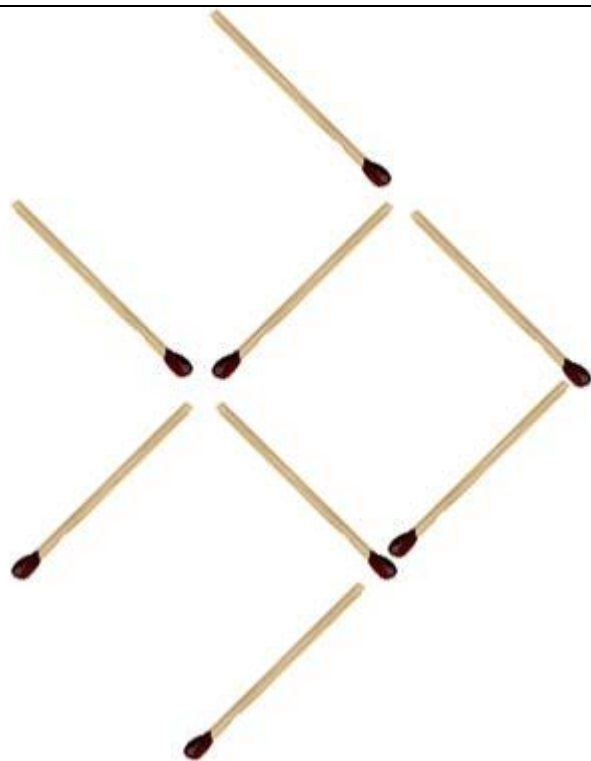
	Ответ.
--	---------------

3. Передвиньте одну спичку, чтобы арифметическое равенство «8+3-4=0» стало верным. Допускается менять и цифры, и знаки.

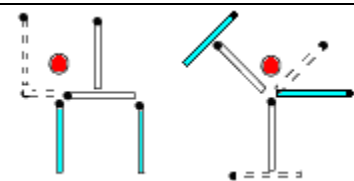


Четверку превращаем в одиннадцать, переместив горизонтальную спичку влево и вниз и повернув ее на 90 градусов. И теперь наше равенство выглядит так: $8+3-11=0$. Есть и другие способы.

4. Переложить 3 спички так, чтобы рыбка поплыла в другую сторону.



5. Из спичек сложен бокал, внутри которого лежит оливка. Переместите две спички так, чтобы оливка оказалась вне бокала. Можно менять положение бокала в пространстве, но его форма должна оставаться неизменной.



Ответ.

Занятие 11-12 Волшебные квадраты.

Цель: Развитие познавательного интереса, интеллектуальных и творческих способностей учащихся, самостоятельности мышления.

1. Расставить цифры, помещенные в квадратиках так, чтобы суммы чисел по любой горизонтали, вертикали и диагонали (из угла в угол большого квадрата) были одинаковы.	<table><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr><tr><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr></table>	1	1	1	2	2	2	3	3	3																									
1	1	1																																	
2	2	2																																	
3	3	3																																	
2. Переместите цифры, помещенные в квадратиках так, чтобы суммы чисел по любой горизонтали, вертикали и диагонали большого квадрата были одинаковы, но притом на каждой из названных прямых не встречались две одинаковые цифры.	<table><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr><tr><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td></tr><tr><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td></tr></table>	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5									
1	1	1	1	1																															
2	2	2	2	2																															
3	3	3	3	3																															
4	4	4	4	4																															
5	5	5	5	5																															
3. Числа 1,2,3,4,5,6,7,8 и 9 требуется разместить в 9 клетках нарисованного здесь квадрата и притом так, чтобы сумма чисел по любой его горизонтали, вертикали и диагонали были одинаковы и составляли каждый раз число 15.	<table><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>																																		
4. Числа 2,3,4,5,6,7,8,9 и 10 требуется разместить в 9 клетках нарисованного здесь квадрата и притом так, чтобы сумма чисел по любой его горизонтали, вертикали и диагонали были одинаковы и составляли каждый раз число 18.	<table><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>																																		
Ответы.																																			
<table><tr><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr></table>	3	1	2	1	2	3	2	3	1	<table><tr><td>2</td><td>7</td><td>6</td></tr><tr><td>9</td><td>5</td><td>1</td></tr><tr><td>4</td><td>3</td><td>8</td></tr></table>	2	7	6	9	5	1	4	3	8																
3	1	2																																	
1	2	3																																	
2	3	1																																	
2	7	6																																	
9	5	1																																	
4	3	8																																	
<table><tr><td>3</td><td>2</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td></tr><tr><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>4</td><td>2</td></tr><tr><td>5</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>3</td><td>1</td><td>4</td></tr></table>	3	2	4	5	1	4	1	2	3	5	1	3	5	4	2	5	4	1	2	3	2	5	3	1	4	<table><tr><td>5</td><td>10</td><td>3</td></tr><tr><td>4</td><td>6</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>2</td><td>7</td></tr></table>	5	10	3	4	6	8	9	2	7
3	2	4	5	1																															
4	1	2	3	5																															
1	3	5	4	2																															
5	4	1	2	3																															
2	5	3	1	4																															
5	10	3																																	
4	6	8																																	
9	2	7																																	

Занятие 13-14 Задачи на взвешивание.

Цель: Формирования навыков анализа, применения знаний в нестандартной ситуации; развитие логического мышления, формирование творческой компетентности.

1. Из 9 монет одна фальшивая – более легкая, чем настоящие. Двумя взвешиваниями на чашечных весах без гирь найдите ее.

Решение: кладем на чаши по три монеты. В случае равновесия – фальшивая монета среди оставшихся трех. Если же равновесия нет, то фальшивая монета – среди монет более легкой чаши.. Теперь из отобранных монет возьмем две и положим их на разные чаши весов. Если чаши уравнились, то оставшаяся монета – фальшивая, если нет – фальшивая более легкая.

2. Из 27 одинаковых по внешнему виду монет одна фальшивая (более легкая). Сколько потребуется взвешиваний на чашечных весах без гирь, чтобы отыскать фальшивую монету.

Решение: 3 взвешивания. Кладем на чаши по 9 монет. В случае равновесия фальшивая – среди оставшихся. Если же равновесия нет, то фальшивая монета – среди монет более легкой чаши. Дальнейшие рассуждения полностью повторяют задачу 1.

3. Имеются чашечные весы без гирь и 4 одинаковые по внешнему виду монеты. Одна из них фальшивая, причем неизвестно, легче она настоящих монет или тяжелее. Сколько надо взвешиваний, чтобы определить фальшивую монету?

Решение: разделим монеты на 2 кучки по 2 монеты. Положим одну из кучек на весы – по монете на каждую чашу. Если весы в равновесии, то обе монеты настоящие. Если весы не в равновесии, то настоящие монеты на столе. Теперь мы знаем, в какой кучке лежит фальшивая монета. Положим на одну чашу весов монету из кучки, где обе настоящие, на вторую – монету из кучки, где фальшивая. Если при этом весы будут в равновесии, значит, фальшивая монета осталась на столе, а если не в равновесии, значит, мы положили ее на весы (в этом случае мы даже узнаем, легче она или тяжелее).

4. Имеются чашечные весы со стрелками и 10 мешков с монетами. Все монеты во всех мешках одинаковы по внешнему виду, но в одном из мешков все монеты фальшивые и весят по 2 грамма, а в остальных девяти мешках все монеты настоящие и каждая весит по 1 грамму. Как при помощи одного взвешивания определить, в каком мешке фальшивые монеты?

Решение: Пронумеруем мешки 1, 2, ..., 10. Из первого мешка возьмем 1 монету, из второго – 2 монеты, ..., а из 10-го – 10 монет. Всего $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=45$ монет. Взвесим их. Если бы все они были настоящими, они весили бы 45 граммов, но в нашем случае они будут весить больше. Если фальшивая монета одна, то перевес 1 грамм, если две – два грамма, ... если десять фальшивых монет – будет перевес 10 грамм. Таким образом, зная перевес, мы сразу определим количество фальшивых монет. А оно соответствует номеру мешка, в котором они лежат.

5. Имеются неправильные чашечные весы, мешок крупы и правильная гиря в 1 кг. Как отвесить на этих весах 1 кг крупы?

Решение: поставим на одну чашу весов гирю весом 1 кг и уравновесим весы крупой из мешка. Теперь снимем с весов эту гирю и вместо нее насыпаем крупу. Когда этой крупы станет ровно 1кг, весы окажутся в равновесии.

6. Какие веса могут иметь четыре гири для того, чтобы с их помощью можно было бы взвесить целое число килограммов от 1 до 15 на чашечных весах. (Гири можно ставить только на одну чашу весов).

Ответ: Достаточно гирек 1,2,4 и 8 кг.

7. В ящике 25 кг гвоздей. Как с помощью чашечных весов и одной гири в 1 кг за 2 взвешивания отмерить 19 кг гвоздей?

Решение: На одну чашку весов кладем гирю в 1кг, а гвозди раскладываем по чашкам так, чтобы весы оказались в равновесии. Получим 12 и 13 кг гвоздей. Вторую кучку откладываем, а остальные гвозди делим пополам, взвешивая без гири: $12 = 6 + 6$. Получим искомое количество гвоздей: $19 = 13 + 6$.

Задачи для самостоятельного решения.

1. Из 80 одинаковых по внешнему виду монет одна фальшивая (более легкая). Сколько потребуются взвешиваний на чашечных весах без гирь, чтобы отыскать фальшивую монету.
2. Среди 12 монет имеется одна фальшивая. Найти ее за 3 взвешивания на весах с двумя чашками без гирь, если неизвестно, легче она или тяжелее остальных.
3. В пакете 3кг 600г крупы. Как разделить крупу на 3 части: две по 800г и 2кг, сделав три взвешивания на чашечных весах, имея одну гирю в 200г.
4. Имеются 9 кг крупы и чашечные весы с гирями в 50г и 200г. Можно ли отвесить 2 кг крупы за 3 взвешивания? Можно ли это сделать, если имеется только гиря в 200г?

Домашнее задание.

1. Как с помощью чашечных весов без гирь отвесить 14 кг муки, если в мешке 16 кг муки?
2. Из 81 одинаковых по внешнему виду монет одна фальшивая (более легкая). Сколько потребуются взвешиваний на чашечных весах без гирь, чтобы отыскать фальшивую монету.
3. Имеются чашечные весы со стрелками и 7 мешков с монетами. Все монеты во всех мешках одинаковы по внешнему виду, но в одном из мешков все монеты фальшивые и каждая весит на 1 г меньше, чем настоящая, а в остальных девяти мешках все монеты настоящие. Как при помощи одного взвешивания определить, в каком мешке фальшивые монеты?

Занятие 15-17 Делимость чисел.

Цель: Развитие логического мышления, формирование умений применять имеющиеся знания в новой, нестандартной ситуаций

Признак делимости на 2.

Число, делящееся на 2, называется четным, не делящееся - нечетным. Число делится на два, если его последняя цифра четная или нуль. В остальных случаях - не делится.

Например, число 52 738 делится на 2, так как последняя цифра 8 - четная; 7691 не делится на 2, так как 1 - цифра нечетная; 1250 делится на 2, так как последняя цифра нуль.

Признак делимости на 4.

Число делится на 4, если две последние его цифры нули или образуют число, делящееся на 4. В остальных случаях - не делится.

Примеры.

31 700 делится на 4, так как оканчивается двумя нулями;

215 634 не делится на 4, так как последние две цифры дают число 34, не делящееся на 4;

16 608 делится на 4, так как две последние цифры 08 дают число 8, делящееся, на 4.

Признак делимости на 8

Признак делимости на 8 подобен предыдущему. Число делится на 8, если три последние цифры его нули или образуют число, делящееся на 8. В остальных случаях - не делится.

Примеры.

125000 делится на 8 (три нуля в конце);

170 004 не делится на 8 (три последние цифры дают число 4, не делящееся на 8);

111 120 делится на 8 (три последние цифры дают число 120, делящееся на 8).

Можно указать подобные признаки и для деления на 16, 32, 64 и т. д., но они не имеют практического значения.

Признаки делимости на 3 и на 9.

На 3 делятся только те числа, у которых сумма цифр делится на 3; на 9 - только те, у которых сумма цифр делится на 9.

Примеры.

Число 17835 делится на 3 и не делится на 9, так как сумма его цифр $1 + 7 + 8 + 3 + 5 = 24$ делится на 3 и не делится на 9.

Число 105 499 не делится ни на 3, ни на 9, так как сумма его цифр (29) не делится ни на 3, ни на 9.

Число 52 632 делится на 9, так как сумма его цифр (18) делится на 9.

Признак делимости на 6.

Число делится на 6, если оно делится одновременно на 2 и на 3. В противном случае - не делится.

Например, 126 делится на 6, так как оно делится и на 2 и на 3.

Признаки делимости на 5.

На 5 делятся числа, последняя цифра которых 0 или 5. Другие - не делятся.

Пример.

240 делится на 5 (последняя цифра 0);

554 не делится на 5 (последняя цифра 4).

Признак делимости на 25.

На 25 делятся числа, две последние цифры которых нули или образуют число, делящееся на 25 (т. е. числа, оканчивающиеся на 00, 25, 50 или 75). Другие не делятся.

Пример.

7150 делится на 25 (оканчивается на 50), 4855 не делится на 25.

Признаки делимости на 10, 100 и 1000.

На 10 делятся только те числа, последняя цифра которых нуль, на 100 - только те числа, у которых две последние цифры нули, на 1000 - только те, у которых три последние цифры нули.

Примеры.

8200 делится на 10 и на 100;

542000 делится на 10, 100, 1000.

Признак делимости на 11.

На 11 делятся только те числа, у которых сумма цифр, занимающих нечетные места, либо равна сумме цифр, занимающих четные места, либо разнится от нее на число, делящееся на 11.

Примеры.

Число 103785 делится на 11, так как сумма цифр, занимающих нечетные места, $1+3+8=12$ равна сумме цифр, занимающих четные места $0+7+5=12$. Число 9163627 делится на 11, так как сумма цифр, занимающих нечетные места, есть $9 + 6 + 6 + 7 = 28$, а сумма цифр, занимающих четные места, есть $1 + 3 + 2 = 6$; разность между числами 28 и 6 есть 22, а это число делится на 11. Число 461025 не делится на 11, так как числа $4+1+2=7$ и $6+0+5=11$ не равны друг другу, а их разность $11-7=4$ на 11 не делится.

Признак делимости на 7.

Таким образом, для делимости на числа первого десятка, кроме 7, существуют удобные признаки; для 7 удобного признака делимости не найдено.

Можно дать следующий признак делимости на 7, который недостаточно удобен. Разобьем число справа налево на грани, по три цифры в каждой грани. Число делится на 7, если разность суммы чисел в гранях, стоящих на четных местах, и суммы чисел в гранях, стоящих на нечетных местах, делится на 7. Так, число 159 213 608 421 делится на 7, так как $421 + 213 = 634$, $608 + 159 = 767$ и разность $767 - 634 = 133$ делится на 7.

Теоремы о делимости суммы, разности и произведения.

Если каждое слагаемое делится на данное число, то и сумма делится на это число.

Обратное утверждение неверно.

Если каждое из двух чисел делится на данное число, то и их разность делится на это число.

Если в сумме чисел все слагаемые, кроме одного, делятся на данное число, то сумма не делится на это число.

Если в произведении чисел один из множителей делится на данное число, то и произведение делится на это число.

Упражнения.

1. Женщина несла на базар корзину яиц.

Прохожий нечаянно толкнул женщину, корзина упала и яйца разбились.

Виновник несчастья, желая возместить потерю, поинтересовался, сколько яиц было в корзине. - Точно не помню, ответила женщина, - но знаю, что когда я вынимала из корзины по 2, по 3, по 4, по 5, по 6 яиц, в корзине оставалось одно яйцо, а когда я вынимала по 7, в корзине ничего не оставалось.

Сколько яиц было в корзине ?

Решение:

Если бы из корзины вынули одно яйцо, оставшееся количество яиц делилось бы нацело на 2, 3, 4, 5, и 6.

Числа, для которых это выполняется, - это 60 и числа, кратные 60-ти. Задача сводится к нахождению числа, кратного 60-ти, которое делилось бы на 7 после добавления 1 (или, иными словами, при делении на 7 давало бы остаток 6).

Число 60 при делении на 7 дает остаток 4. Следовательно, нужно найти число, кратное 4-ем, которое было бы на 6 больше числа, кратного 7-ми.

Это число - остаток от деления общего числа яиц на 7, оно равно $7 \cdot 2 + 6 = 20$. **

В этом числе остаток 4 содержится пятикратно, значит, первоначально в корзине было $60 \cdot 5 + 1 = 301$ яйцо.

** Замечание. Следующее, большее число, обладающее указанным свойством, равно $7 \cdot 6 + 6 = 48$.

Такой остаток может быть получен при 12-кратном повторении порции 60 яиц ($48 : 4 = 12$).

В этом случае, число яиц в корзине составило бы $60 \cdot 12 + 1 = 721$ яйцо - вариант, в рассматриваемой ситуации нереальный. Такую корзину женщине не поднять.

2. В команде рептилий были только черепашки. Черепашек было больше 50-ти, но меньше 100. На церемонии открытия Олимпийских Игр Зверей эту команду никак не удавалось построить рядами по 2, 3, или 4 животных, так как одного животного всегда не хватало в последнем ряду.

Поэтому пришлось построить команду черепашек рядами по 5 животных в каждом ряду.

Сколько всего черепашек было в команде рептилий?

Решение:

Если искомое число черепашек увеличить на 1, оно будет делиться на 2, 3, 4. Наименьшее общее кратное этих чисел 12. Возьмем под подозрение числа, кратные 12, большие 50 и меньшие 100. Это будут числа: 60, 72, 84 и 96. Искомое число должно быть на 1 меньше указанных чисел и делиться на 5. Из нашего ряда подходит только число 96, так как: $96 - 1 = 95$, получаем число, делящееся на 5. Итак, 95 черепашек было в команде рептилий.

3. Делимое в шесть раз больше делителя, а делитель в шесть раз больше частного. Чему равны делимое, делитель и частное?

Решение: Искомое частное равно 6; оно показывает, во сколько раз делимое больше делителя. Делитель в 6 раз больше частного и равен 36. Делимое в 6 раз больше делителя и равно 216.

4. К числу 10 припишите справа и слева по одной цифре так, чтобы получить число, кратное 72.
5. Вставить вместо звездочек цифры, чтобы число 82^{**} делилось на 90.
6. К числу 13 припишите справа и слева по одной цифре, чтобы полученное число было кратно 45.
7. У Змея Горыныча 1000 голов. Илья Муромец может одним ударом меча отрубить 1, 17, 21 или 33 головы, но при этом у змея отрастает соответственно 10, 14, 0 или 48 голов. Сможет ли богатырь победить змея?
8. Коля и Вася живут в одном доме, на каждой лестничной клетке которого 4 квартиры. Коля живет на пятом этаже, в квартире 83, а Вася - на 3-ем этаже в квартире 169. Сколько этажей в доме ?

Решение:

Если вести сквозной отсчет этажей, начиная с первого подъезда, то Коля живет на 21-м этаже $[83 : 4] = 20$ (3). В своем подъезде Коля живет на 5-м этаже, поэтому в подъездах, предшествующих Колиному, 16 этажей. 16 делится лишь на числа, кратные 2-м, поэтому в доме может быть либо 16 этажей, либо 8 этажей (вариант четырехэтажного дома исключаем, поскольку Коля живет на 5 этаже). Вася живет на 43 этаже, считая от первого этажа первого подъезда $[169 : 4] = 42$ (1). Значит в подъездах, предшествующих Васиному, 40 этажей. 40 делится на 8, но не делится на 16, следовательно, в доме 8 этажей.

Замечание.

В процессе решения задачи мы определили числа этажей (16 и 40) в двух разных группах подъездов. Число этажей в каждой группе подъездов кратно числу этажей в доме, оно равно произведению числа этажей в доме на число подъездов в группе. Задача сводится к нахождению общего делителя чисел 16 и 40 (с условием, что делитель этот не меньше 5-ти).

Занятие 18-21 Задачи на переливание.

Цель: Формирования навыков анализа, применения знаний в нестандартной ситуации; развитие логического мышления, формирование творческой компетентности.

Упражнения.

1. Имеется два сосуда емкостью 3л и 5л. Нужно, пользуясь этими сосудами, получить 1л воды. В нашем распоряжении водопроводный кран и раковина, куда можно сливать воду.

Решение: Наполним водой трехлитровый сосуд, затем перельем из него воду в пятилитровый сосуд. Повторим эту операцию, пока не наполнится 5 литровый сосуд. Тогда в первом сосуде останется 1л воды.

2. Как, пользуясь сосудами 7л и 12л, получить 1л воды? В нашем распоряжении водопроводный кран и раковина, куда можно сливать воду.

Решение: Наполним водой 7 литровый сосуд и перельем воду в 12 литровый сосуд. Повторим эту операцию. В первом сосуде осталось 2л воды, второй сосуд – наполнен до краев. Выльем из него воду и перельем в него 2 л воды из первого сосуда. Затем наполняем первый сосуд и переливаем воду во второй сосуд. Повторим операцию. В первом сосуде останется 4 л воды, а второй – наполнен полностью. Выльем из него воду и перельем из первого сосуда 4 л воды. Продолжаем переливать воду из первого сосуда. Когда второй сосуд будет заполнен, в первом останется 6 л воды. Выльем воду из второго сосуда и перельем из первого 6 л воды. Продолжаем наполнять второй сосуд. Когда он будет заполнен, в первом останется 1 литр воды.

3.

Из восьмилитрового ведра, наполненного молоком, надо отлить 4 литра с помощью двух пустых бидонов: трехлитрового и пятилитрового.

Решение: Переливаем из восьмилитрового ведра 5 литров молока в пятилитровый бидон. Переливаем из пятилитрового бидона 3 литра молока в трехлитровое. Выльем эти 3 литра в восьмилитровое ведро. Теперь в нем 6 литров молока, в пятилитровом бидоне – 2 литра, а трехлитровый бидон пуст. Переливаем 2 литра молока из 5 литрового бидона в трехлитровый, а потом наливаем в него 5 литров молока из ведра.. Теперь в восьмилитровом ведре 1 литр молока, в пятилитровом бидоне 5 литров, а в трехлитровом -0 2 литра. Доливаем до полна трех литровый бидон из пятилитрового и переливаем эти 3 литра в восьмилитровое ведро. Теперь в нем 4 литра молока.

4. Двенадцати ведерная бочка наполнена керосином. Как разлить его на две равные части, пользуясь пяти ведерной и восьми ведерной бочками?

Решение: Перельем из первой бочки в третью 8 ведер керосина. Затем из третьей бочки перельем во вторую 5 ведер и выльем их обратно в 12-ти ведерную бочку. Теперь у нас в первой бочке 9 ведер керосина, в третьей бочке -3 ведра, а вторая бочка пуста. Выльем в нее 3 ведра керосина из 8-и ведерной бочки, а в восьми ведерную бочку перельем 8 ведер из 12-ти ведерной. Тогда в ней останется 1 ведро керосина. Из восьми ведерной бочки дольем до полна пяти ведерную бочку. В восьми ведерной осталось 6 ведер керосина. Пе-

рельем 5 ведер керосина из пяти ведерной бочки в двенадцати ведерную. Теперь в ней 6 ведер керосина. Керосин разделен поровну.

Задачи для самостоятельного решения.

1. Имеется десятилитровое ведро с молоком. Как с помощью 7л и 3л бидонов отлить 4л молока?
2. Есть три бидона емкостью 14л, 9л и 5л. В большем бидоне 14 литров молока, остальные бидоны пусты. Как с помощью этих бидонов разлить молоко пополам?
3. Как, имея лишь два сосуда емкостью 5л и 7л налить из крана 6л воды?
4. Каким образом можно принести с реки ровно 6л воды, если имеется только два ведра: одно емкостью 4л, другое – 9 литров?
5. В первый сосуд входит 9л, во второй – 5л, а в третий – 3л. Первый сосуд наполнен водой, а остальные два пусты. Как с помощью этих сосудов отмерить 1л воды? 4л воды?
6. Бидон емкостью 10 литров наполнен молоком. Требуется перелить из этого бидона 5 литров в семилитровый бидон, используя при этом еще один бидон, вмещающий 3 литра.

Домашнее задание.

1. Имеются три сосуда емкостью 6л, 3л и 7л. В первом сосуде 4л кваса, в третьем – 6л кваса. Как разделить этот квас пополам, используя только эти сосуды?
2. Имеется 12-ти литровая бочка с молоком. Используя 8-и и 5-и литровые бидоны, отлить 3 литра молока.

Занятие 22-25 Принцип Дирихле и его применение к решению задач.

Цель: Развитие логического мышления, формирование познавательного интереса, навыков анализа, умений аргументировать своё высказывание, культуры устной речи.

Одной из форм методов рассуждения «от противного» является принцип Дирихле. В простой и наглядной формулировке его можно пояснить так: «Если в n клетках находится не менее $n+1$ зайца, то в какой-то из клеток их не менее двух». Иначе говоря, если предметов больше, чем мест, по которым мы их распределяем, то на какое-то место попадает не менее двух предметов.

Доказывать это можно, например, так.

Предположим, что нет такой клетки, где больше одного зайца. Тогда в n клетках окажется не более n зайцев, а по условию их не менее $n+1$ – противоречие.

Упражнения.

1. В мешке лежат шарики двух разных цветов: черного и белого. Какое наименьшее число шариков нужно вынуть из мешка так, чтобы среди них заведомо оказались два шарика одного цвета?

Решение: Будем рассматривать в качестве клеток два цвета – черный и белый. Зайцами будем считать вынимаемые шарики. Тогда достаточно взять три шарика, чтобы выполнить требование задачи. Ясно, что двух шариков для этого будет не хватать.

2. В лесу растет миллион елок. Известно, что на каждой из них не более 600000 иголок. Доказать, что в лесу найдутся две елки с одинаковым количеством иголок.

Решение: В данном случае удобно считать зайцами елки, а клетками – возможные количества иголок. Клеток всего 600001 (от 0 до 600000), а зайцев миллион, то есть гораздо больше. Если бы в каждой клетке сидело не более одного зайца, то всего зайцев было бы не более 600001, что противоречит условию. Значит, найдутся две елки с одинаковым количеством иголок.

Принцип Дирихле в обобщенной формулировке : «Если в n клетках размещены $nk+t$ зайцев ($0 < t < k$), то хотя бы в одной клетке их не менее $k+1$ ».

3. В классе 30 человек. В диктанте один ученик сделал 13 ошибок, а остальные – меньше. Доказать, что по крайней мере три ученика сделали ошибок поровну (может быть и по 0 ошибок).

Решение: рассмотрим в качестве клеток количество сделанных ошибок. Зайцами будут ученики. В клетку 0 поместим всех, кто не сделал ни одной ошибки, в клетку 1 – тех, у кого 1 ошибка и так далее до клетки 13, в которую попал единственный неудачник. Теперь применим принцип Дирихле: предположим, что никакие 3 ученика не сделали по одинаковому числу ошибок, то есть в каждую из клеток 0,1,2, ...,12 попало меньше трех школьников. Тогда в каждой из них – два человека и меньше, а всего в этих 13 клетках не больше 26 человек. Если прибавить к ним неудачника с 13 ошибками, все равно не наберем 30 учеников. Противоречие.

Задачи для самостоятельного решения.

1. В магазин привезли 25 ящиков яблок трех сортов. В каждом ящике лежат яблоки одного сорта. Продавец утверждает, что у него нет 9 ящиков с яблоками одного сорта. Не ошибся ли он?
2. В поход пошли 20 туристов. Самому старшему из них 35 лет, а самому младшему а)16 лет б) 17 лет. Верно ли что среди туристов есть одногодки?
3. Волк попытался обманом пробраться в дом к семерым козлятам, но те бросили в него 22 ко-

чана капусты, после чего побитый хищник удрал в лес зализывать раны. Каждый козленок принял участие в сражении и бросил хотя бы один кочан. Докажите, что какие-то козлята бросили в волка одинаковое число кочанов.

4. В школе учатся 400 учеников. Докажите, что хотя бы двое из них отмечают день рождения в один и тот же день.
5. Дед Мазай в половодье спас 25 зайцев и привез к себе на ферму. В клетке может с комфортом разместиться не более 4 зайцев. Сумеет ли дед Мазай обеспечить комфортные условия для спасенных зверушек в своих 6 клетках?
6. Дед Мазай засеял морковью 50 грядок, причем на каждой у него выросло не более 40 морковок. Докажите, что найдутся грядки, где число морковок совпадет.
7. Сможете ли вы разложить 44 шарика на 9 кучек так, чтобы количество шариков в разных кучках было различным?
8. Докажите, что в любой компании из 5 человек есть двое, имеющие одинаковое число знакомых в этой компании.

Домашнее задание.

1. В математической олимпиаде приняло участие 100 школьников. Докажите, что хотя бы у 4 участников фамилия начинается с одной буквы.
2. В классе 25 учащихся. Докажите, что хотя бы у трех из них день рождения приходится на один месяц.

Занятие № 26-29 Графы и их применение к решению задач.

Цель: Развитие логического мышления, графической культуры, аккуратности, наблюдательности.

Графы- рисунки, состоящие из точек и линий, которые соединяют эти точки. Точки называют вершинами графа, а линии – ребрами графа.

В повседневной жизни мы часто встречаем графы. Это и схема метро, изображение железных дорог на картах, схемы авиалиний.

Особым видом графа является дерево. Это способ организации информации об отношении между объектами. В нем нет циклов. Примерам такого дерева может служить генеологическое дерево.

Степенью вершины графа называется количество выходящих из него ребер. Вершина, имеющая четную степень, называется четной вершиной. Вершина, имеющая нечетную степень, называется нечетной вершиной.

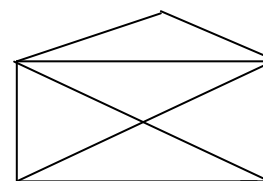
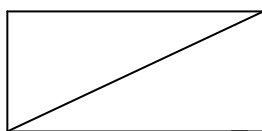
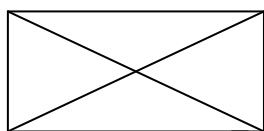
1. В селе Васюки 15 телефонов. Можно ли их соединить проводами так, чтобы каждый телефон был соединен ровно с 5 другими?

Решение : Пусть телефоны – вершины графа, а провода – его ребра. Степень каждой вершины графа 5. Чтобы найти число проводов, надо просуммировать степени всех вершин графа и полученный результат разделить на 2. Но в результате получим дробное число. Значит, каждый телефон нельзя соединить ровно с 5 другими телефонами.

2. В государстве 100 городов и из каждого города выходит 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве?

Решение: $100 \cdot 4 : 2 = 200$

3. Нарисовать фигуру, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя два раза по одной линии. Все ли фигуры получились? Почему?



4. Задача о Кенигсбергских мостах.

Задачи для самостоятельного решения.

1. Может ли в государстве, в котором из каждого города выходит ровно 3 дороги, быть ровно 100 дорог?
2. Какие буквы русского алфавита можно нарисовать одним росчерком?
3. Муха забралась в банку, имеющую форму куба. Сможет ли муха обойти все 12 ребер, не проходя дважды по одному ребру и не перелетая с места на место?
4. В квартирах 1, 2 и 3 живут Саша, Маша и Наташа. В квартирах 1 и 2 живет не Саша. Маша живет в квартире 1. Кто в какой квартире живет?
5. В школьном драмкружке решили ставить гоголевского «Ревизора». И тут разгорелся жаркий спор. Все началось с Ляпкина-Тяпкина.
 - Ляпкиным-Тяпкиным буду я! – решительно заявил Гена.
 - Нет, я буду Ляпкиным-Тяпкиным, - возразил Дима. – С раннего детства мечтал воплотить этот образ на сцене.

- Ну, хорошо, согласен уступить эту роль, если мне дадут сыграть Хлестакова, - проявил великодушие Гена.
 - ...А мне – Осипа – не уступил ему в великодушии Дима.
 - Хочу быть Земляником или Городничим, - сказал Вова.
 - Нет, Городничим буду я, - хором закричали Алик и Боря. – Или Хлестаковым, - добавили они одновременно.
 Удастся ли распределить роли так, чтобы исполнители были довольны? (Мы не спрашиваем, будут ли довольны зритель.)

6. В первенстве класса по настольному теннису принимали участие 6 учеников: Андрей, Борис, Виктор, Галина, Дмитрий и Елена. Первенство проводится по круговой системе – каждый из участников играет с каждым из остальных один раз. К настоящему моменту некоторые игры уже проведены: Андрей сыграл с Борисом, Галиной и Еленой; Борис, как уже говорилось, с Андреем и еще с Галиной; Виктор – с Галиной, Дмитрием и Еленой; Галина – с Андреем и Виктором. Сколько игр проведено к настоящему моменту и сколько еще осталось?
7. В шахматном турнире участвовало 7 человек. Каждый с каждым сыграл по одной партии. Сколько партий они сыграли? (Ответ: 21 партию)
8. На улице, став в кружок, беседуют четыре девочки: Аня, Валя, Галя и Надя. Девочка в зеленом платье (не Аня и не Валя) стоит между девочкой в голубом платье и Надей. Девочка в белом платье стоит между девочкой в розовом платье и Вале. Какое платье носит каждая девочка? (Ответ: Аня в белом платье, Валя – в голубом, Галя – в зеленом, Надя – в розовом)
9. На одном заводе работают три друга: слесарь, токарь и сварщик. Их фамилии Борисов, Иванов и Семенов. У слесаря нет ни братьев, ни сестер, он самый младший из друзей. Семенов старше токаря и женат на сестре Борисова. Назовите фамилии слесаря, токаря и сварщика. (Ответ: Иванов- слесарь, Борисов – токарь, Семенов – сварщик)

Домашнее задание.

1. Составить генеалогическое дерево своей семьи.
2. В розыгрыше первенства по футболу участвуют 17 команд. Каждая команда с каждой из остальных должна сыграть 2 раза: на своем и на чужом поле. Сколько матчей будет сыграно в турнире? (Ответ:272 матча)
3. В бутылке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что вода и молоко не в бутылке, сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом, в банке не лимонад и не вода. Стакан стоит около бутылки и сосуда с молоком. В какой сосуд налита каждая жид-

кость? (Ответ: Молоко – в кувшине, лимонад – в бутылке, квас – в банке, вода – в стакане).

Занятие 30-31 **Множество. Способы задания множеств. Пересечение и объединение множеств.**

Цель: сформировать представление о множестве и его элементах, о пустом множестве, способах задания множеств. Развитие логического мышления, графической культуры, аккуратности, наблюдательности.

Понятие множества, подобно понятиям точки, числа и т.д., не сводится к другим понятиям и не определяется. Мы можем говорить о множестве всех учеников школы, о множестве всех людей на Земле, о множестве всех картофелин на картофельном поле, о множестве всех целых чисел и т.д.

Когда в математике говорят о множестве, то объединяют некоторые предметы или понятия в одно целое – множество, состоящее из этих элементов. «Множество есть много чего-то, мыслимое, как единое». (Георг Кантор)

Предметы, составляющие множество, называют его **элементами**. Если x является элементом множества A , то пишут $x \in A$. Если объект x не является элементом множества A , то пишут $x \notin A$.

Упражнения.

1. Какие названия используют для обозначения множества животных?
2. как называют множество артистов, работающих в театре?
3. Как называют множество царей (фараонов, императоров, ...), данного государства, принадлежащих одному семейству?
4. Как называют множество цветов, стоящих в вазе?
5. Как называют множество точек земной поверхности, равноудаленных от Северного полюса?

Множество иногда можно задать перечислением его элементов. Например, множество стран земного шара задаются их списком в атласе, множество учащихся класса – их списком в классном журнале. Если множество задано списком, то используют фигурные скобки, в которые помещают название всех элементов множества, разделяя их запятыми. Например, запишем множество однозначных чисел, меньших 5: $\{1, 2, 3, 4\}$. Но элементы этого множества можно записать и в другом порядке: $\{3, 2, 4, 1\}$. Такие множества, состоящие из одинаковых элементов, называют *равными*.

Но не все множества можно задать списком. Если множество содержит бесконечно много элементов, то такой список составить невозможно. Множество считают заданным, если указано некоторое свойство, которым обладают все его элементы, но не обладают никакие другие объекты. Такое свойство называют *характеристическим свойством*. Одно множество может быть задано разными характеристическими свойствами.

В геометрии множество точек, обладающих данным характеристическим свойством, называют *геометрическим местом точек* с данным свойством. Например, биссектриса угла – геометрическое место точек плоскости, лежащих внутри этого угла и равноудаленных от сторон.

Множество элементов, обладающих данным характеристическим свойством, обозначают так: $A = \{x: -4 \leq x \leq 6\}$. Эта запись означает, что множество A состоит из всех чисел x , удовлетворяющих неравенству $-4 \leq x \leq 6$.

Упражнения.

6. В данных множествах все элементы, кроме одного, имеют некоторое свойство. Исключите лишний элемент.

а) $\{2, 6, 15, 84, 156\}$

б) $\{9, 15, 21, 23, 471\}$

в) {жираф, аист, корова, барсук, собака}

Множество, не имеющее ни одного элемента, называют *пустым множеством*. Примером таких множеств могут служить множество шестилапых собак, множество точек пересечения параллельных прямых, и т.д. Пустое множество обозначают так : $\emptyset$

Упражнения.

7. Среди данных множеств укажите пустое множество.

а) множество прямоугольников с неравными сторонами

б) множество прямоугольников с неравными углами.

в) множество прямоугольников с неравными диагоналями.

г) множество натуральных чисел.

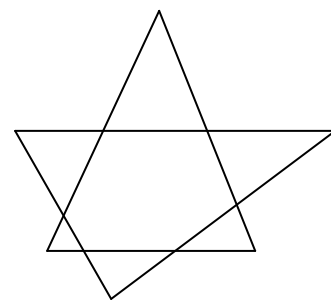
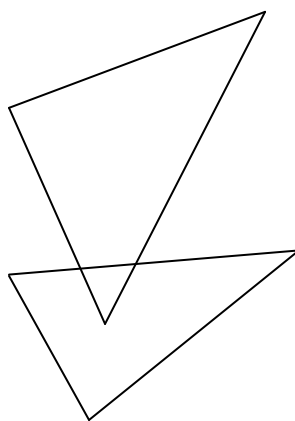
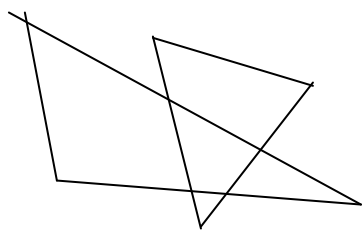
На дне рождения у Ани были Надя, Миша, Петя и Леночка, а на дне рождения у Вити – Шура, Надя и Петя. Обозначим $A = \{\text{Надя, Миша, Петя, Леночка}\}$; $B = \{\text{Шура, Надя, Петя}\}$. Надя и Петя – общие элементы множеств A и B .

Все общие элементы множеств, и только такие, образуют множество, которое называют *пересечением* данных множеств. $A \cap B = \{\text{Надя, Петя}\}$

Если $A \cap B = \emptyset$, то множества не имеют общих элементов или не пересекаются.

Упражнения.

8. Заштрихуйте пересечение треугольников на рисунке. Какую фигуру вы получили?



Из одного класса в сборную по легкой атлетике входят Миша, Петя, Сева и Коля. В сборную по волейболу – Миша, Коля и Саша. Обозначим $A = \{\text{Миша, Петя, Сева, Коля}\}$; $B = \{\text{Миша, Коля, Саша}\}$. Членами сборной спортивной команды будут все мальчики, принадлежащие этим множествам.

$$A \cup B = \{\text{Миша, Петя, Сева, Коля, Саша}\}.$$

Объединением множеств называется множество всех элементов, принадлежащих этим множествам.

Упражнения.

9. Найти пересечение и объединение множеств A и B .

$$A = \{5, 26, 58, 39, 17, 81\}; B = \{17, 26, 58, 3\}$$

Самостоятельная работа.

1. Как называют множество птиц, летящих вместе?
2. Назвать три элемента множества дней недели.
3. Запишите множество четных однозначных чисел.
4. Запишите все множества, равные множеству $\{2, 5, 7\}$.
5. По какому характеристическому свойству образованы данные множества:

$$A = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\};$$

$$B = \{\text{март, апрель, май}\}$$

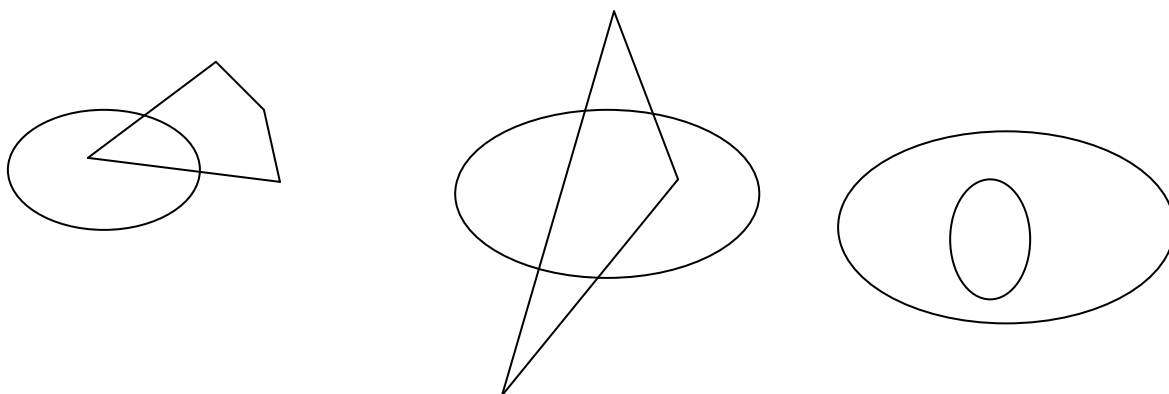
6. В данных множествах все элементы, кроме одного, имеют определенное свойство. Опишите это свойство и исключите лишний элемент.

$$A = \{\text{треугольник, квадрат, круг, прямоугольник, шестиугольник}\};$$

$$B = \{\text{бежать, смотреть, синий, рисовать, знать}\}.$$

7. M - множество всех автомобилей жителей Донецка, B - множество всех автомобилей марки «Волга», C - множество всех серых автомобилей. Что представляет собой множество: $M \cap B; B \cap C; M \cap C; (M \cap B) \cap C$

8. На каждом рисунке заштриховать множество $A \cup B$.



Домашнее задание:

1. Задать два множества перечислением его элементов.

2. Задать множество, указав его характеристическое свойство.
3. придумать задачу на нахождение объединения и пересечения множеств.

Занятие 32-34 Подмножество. Диаграмма Эйлера-Венна.

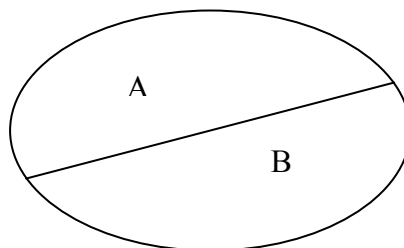
Цель: сформировать представление об отношении между множествами и их элементами. Научить работать с диаграммами Эйлера-Венна. Развитие логического мышления, графической культуры, культуры устной и письменной речи, аккуратности, наблюдательности. Формирование творческой и коммуникативной компетентностей.

Если каждый элемент множества B одновременно является и элементом множества A , то B - подмножество A . $B \subset A$. Каждое непустое множество имеет по крайней мере два подмножества: пустое множество и само это множество. Таким образом, пустое множество является подмножеством любого множества.

Упражнения.

1. Расставить множества, чтобы каждое последующее было подмножеством предыдущего.
 - а) Множество всех позвоночных животных
 - б) множество всех животных
 - в) множество всех млекопитающих животных
 - г) множество всех волков.
2. Расставить множества, чтобы каждое последующее было подмножеством предыдущего
 - а) множество действительных чисел;
 - б) множество целых чисел;
 - в) множество натуральных чисел;
 - г) множество рациональных чисел.

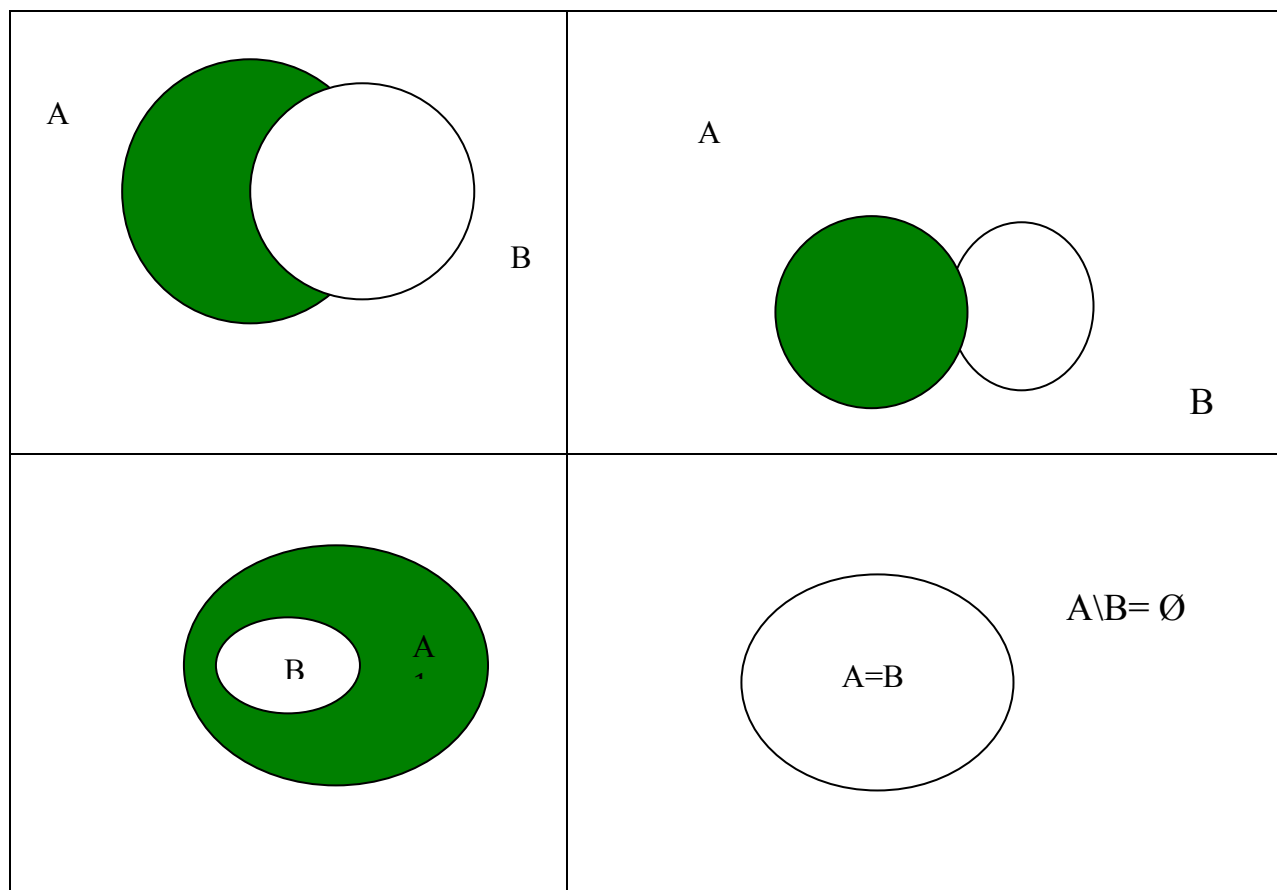
Рассмотрим множество $C = \{1, 2, 3, a, б, c, o\}$, которое разбито на две части: $A = \{1, 2, 3\}$ и $B = \{a, в, c, o\}$.
Видим, что $A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = C$.



Объединение непересекающихся множеств называют суммой этих множеств и записывают $A+B=C$.

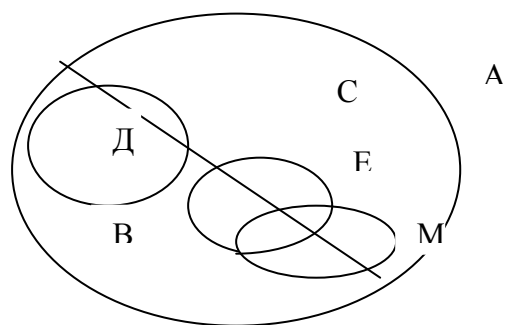
Разностью множеств A и B называется множество, состоящее из всех тех и только тех элементов множества A , которые не являются элементами множества B . Запись « $A \setminus B$ » читают: «Разность множеств A и B »

Графическое представление разности множеств A и B представлено на рисунке. Множество $A \setminus B$ закрашено.



Известный швейцарский математик Эйлер предложил изображать объем понятий в границах круга. Такие круги были названы его именем – круги Эйлера. Например, понятия *деревья* и *тополя* – совместные, так как объем понятия *тополя* полностью входит в объем понятия *деревья*. Несовместные понятия – это понятия, объемы которых не имеют общих элементов. Например, понятия *огурцы* и *помидоры* – несовместны, так как нет огурцов, которые одновременно являются помидорами, и наоборот, нет помидоров, которые одновременно являются огурцами.

Изобразим с помощью кругов Эйлера соотношения между объемами понятий: А- числа, В – четные числа, С – нечетные числа, Д –трехзначные числа, Е – шестизначные числа, М - числа, в разряде десятков тысяч которых 4 единицы. Рисунок имеет такой вид.



Упражнения.

1. Покажите графически с помощью кругов Эйлера соотношения между объемами понятий: А- города, В – столицы, С- города России, Д- Москва.
2. Покажите графически с помощью кругов Эйлера соотношения между объемами понятий: А- люди, В- студенты, Д- дончане, Е – студенты, получающие повышенную стипендию.

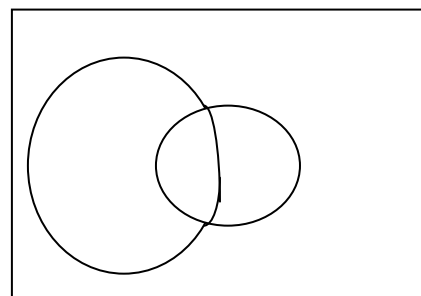
Некоторые задачи можно решать с помощью теории множеств.

Пример.

Приехали 100 туристов. Из них 10 – не знают ни немецкого, ни французского языков, 75 знают немецкий язык и 83- французский. Сколько туристов знают и немецкий, и французский языки?

Решение.

Прямоугольник – это все 100 туристов. Часть прямоугольника, не входящая в круги, - это туристы, которые не знают ни немецкого, ни французского языков. Меньший круг – 75 туристов, которые знают немецкий язык, больший круг -83 туриста, которые знают французский язык. Пересечение кругов – туристы, знающие оба языка. Их количество нужно найти. $100-10=90$ – количество туристов, знающих хотя бы один из языков. $90-83$ туристов знают только немецкий язык. $75-7=68$ туристов знают оба языка.



Упражнения.

1. В поход ходили 80% учеников класса, а на экскурсии было 60% учеников, причем каждый был или в походе, или на экскурсии. Сколько процентов учеников класса было и там, и там?
2. В классе 235 учащихся. 20 из них занимаются в математическом кружке, 11- в биологическом, а 10 ничем не занимаются. Сколько учащихся занимается и математикой, и биологией.

3. Из 35 учащихся класса 12 принимали участие в конкурсе чтецов, 10 – в конкурсе рисунков, 4 – принимали участие в этих двух конкурсах. Сколько учащихся не принимало участия ни в одном из конкурсов?
4. Группа из 80 туристов приехала на экскурсию. 52 хотят пойти в театр, 30 – в музей, а 12 хотят пойти и в театр и в музей. Сколько туристов не собирается посещать ни театр, ни музей?
5. Сколько детей в семье, если 7 из них любят капусту, 6 – морковку, 5 – горох, 4 – капусту и морковку, 3 – капусту и горох, 2 – морковку и горох, а 1 любит и капусту, и морковку, и горох.

Самостоятельная работа.

- а. В лагере отдыха оздоравливалось 70 детей. 27 из них посещают театральный кружок, 32 – поют в хоре, 22 – посещают спортивные секции. В театральном кружке – 10 участников хора и 8 спортсменов. 3 спортсмена посещают театральный кружок и хор. Сколько детей не поет в хоре?
- б. Из 38 пятиклассников изостудию посещает 28, а лыжную секцию – 17. Сколько «лыжников» посещает изостудию, если 4 пятиклассника не посещают ни один из этих кружков?

Домашнее задание:

В бригаде строителей были каменщики, штукатуры, печники и подсобные рабочие. Среди каменщиков, являющихся и печниками, нет ни одного, кто был бы штукатуром. Все каменщики, являющиеся штукатурами, еще и печники. Кроме того известно:

- 1) рабочих, владеющих только одной специальностью, столько же, сколько подсобных рабочих;
- 2) сумма удвоенного числа рабочих, являющихся только штукатурами и утроенного числа рабочих, являющихся только каменщиками, равна 15;
- 3) число рабочих, владеющих специальностью каменщика в 5 раз меньше, чем сумма числа 9 и утроенного числа рабочих, владеющих всеми специальностями.

Сколько рабочих в бригаде?

Занятие 35. Итоговое занятие.

Цель: систематизация и обобщение знаний учащихся.

Решение задач школьного этапа республиканской олимпиады по математике, конкурсов «Кенгуру» и «Золотой ключик».