Министерство образования и науки Донецкой Народной Республики
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Донецкий национальный университет»
Донецкий республиканский институт дополнительного педагогического образования

Решения заданий заключительного этапа Республиканской олимпиады школьников по математике

7 класс

1. В библиотеке 80 000 книг. Новые книги составляют 60% всех книг, из них 70% – детские книги. Сколько новых детских книг в библиотеке?

Решение. Найдем количество новых книг в библиотеке: $0{,}6 \cdot 80000 = 48000$. Найдем количество детских среди них: $0{,}7 \cdot 48000 = 33600$.

Ответ: 33600.

2. На середине дороги от Васиного дома до школы стоит светофор. В понедельник Вася попал на зеленый сигнал светофора. Во вторник он шел с той же скоростью, но простоял на светофоре 5 минут, а после этого увеличил скорость вдвое. И в понедельник, и во вторник он потратил на путь от дома до школы одинаковое время. Какое?

Решение. Пусть в понедельник Вася шел со скоростью v м/мин и затратил на путь от дома до школы $2t$ минут, тогда длина половины пути от дома до школы равна vt метров. Во вторник, вторую половину пути Вася шел со скоростью $2v$ м/мин и затратил на 5 минут меньше, то есть $(t - 5)$ минут. Следовательно, $vt = 2v(t-5)$, откуда $t = 10$. Таким образом, весь путь от дома до школы занял 20 минут.

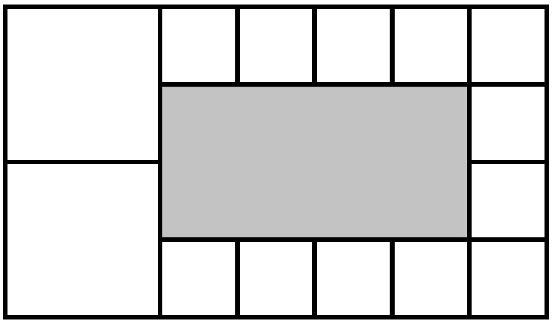
Ответ: 20 минут.

3. Мальчики седьмого класса принесли на весенний бал по букету из 7 тюльпанов. Так как на всех одноклассниц букетов не хватило, они составили новые букеты по 5 тюльпанов и подарили их девочкам и классной руководительнице. Сколько девочек в этом классе, если, всего учеников в нём больше, чем 20, но меньше, чем 30?

Решение. Общее количество тюльпанов кратно 7 и 5. То есть оно делится на 35 и может быть равно 35, 70, 105, … Число 35 не является решением, так как в этом случае мальчиков – 5, а девочек (вместе с классной руководительницей) – 7, то есть общее число детей меньше 20. Число 70 является решением, так как в этом случае получается, что в классе 10 мальчиков и 14 девочек (вместе с классной руководительницей). Число 105 не является решением, так как в этом случае мальчиков – 15, а девочек (вместе с классной руководительницей) – 21, то есть в классе больше 30 детей. По тем же соображениям, все числа большие 105, не являются решением.

Ответ: в классе 13 девочек.

4. Прямоугольная спортивная площадка обложена снаружи квадратными плитками двух размеров (см. рисунок). Площадь спортивной площадки равна 32 $м^2$. Чему равна суммарная площадь всех использованных плиток?



Решение. Обозначим сторону малого квадрата a, а сторону большого квадрата – b. Тогда по рисунку $4a = 2b$ или $b = 2a$. Значит, площадь спортивной площадки равна $4a \cdot 2a = 8a^2$, что составляет 32 $м^2$. Отсюда $a^2 = 4\ м^2$ - это площадь малой плитки. Суммарная площадь малых плиток равна $12 \cdot 4 = 48\ м^2$. Одна большая плитка равна по площади четырем малым, поэтому суммарная площадь больших плиток равна $8 \cdot 4 = 32\ м^2$. Общая площадь всех плиток составляет $48 + 32 = 80\ м^2$.

Ответ: 80 $м^2$.

5. В коробке лежат черные и белые шарики. Их всего не более 55. При этом отношение количества черных к количеству белых равно 3:2. После того, как из коробки вынули 4 шарика, отношение количества черных к количеству белых стало 4:3. Сколько в начале было шариков каждого цвета в коробке?

Решение. Пусть сначала черных шариков было $3x$, тогда белых – $2x$. Общее количество шариков, таким образом, равно $5x$. Когда вынули 4 шарика, могла быть одна из следующих ситуаций:

1) Все 4 шарика черные. Тогда черных стало $3x-4$, а белых – по-прежнему $2x$. По условию $\frac{3x-4}{2x} = \frac{4}{3}$. Отсюда $3 \cdot (3x-4) = 4 \cdot 2x$; $x = 12$. Общее количество шариков тогда равно $5 \cdot 12 = 60$, что противоречит условию.

2) 3 черных шарика и один белый. Тогда черных стало $3x-3$, а белых – $2x-1$. По условию $\frac{3x-3}{2x-1} = \frac{4}{3}$. Отсюда $3 \cdot (3x-3) = 4 \cdot (2x-1)$; $x = 5$. Общее количество шариков тогда равно $5 \cdot 5 = 25$, при этом черных шариков было 15, а белых – 10.

3) 2 черных шарика и 2 белых. Тогда черных стало $3x-2$, а белых – $2x-2$. По условию $\frac{3x-2}{2x-2} = \frac{4}{3}$. Отсюда $3 \cdot (3x-2) = 4 \cdot (2x-2)$; $x = -2$, что невозможно.

4) 1 черный шарик и 3 белых. Тогда черных стало $3x-1$, а белых – $2x-3$. По условию $\frac{3x-1}{2x-3} = \frac{4}{3}$. Отсюда $3 \cdot (3x-1) = 4 \cdot (2x-3)$; $x = -9$, что невозможно.

5) Все 4 шарика белые. Тогда черных осталось $3x$, а белых стало – $2x-4$. По условию $\frac{3x}{2x-4} = \frac{4}{3}$. Отсюда $3 \cdot 3x = 4 \cdot (2x-4)$; $x = -16$, что невозможно.

Ответ: черных шариков было 15, а белых – 10.