

## Числовые неравенства. Числовые промежутки

Аналитическая модель	Геометрическая модель	Обозначение	Название числового промежутка
$x > a$		$(a; +\infty)$	открытый луч
$x \geq a$		$[a; +\infty)$	луч
$x < b$		$(-\infty; b)$	открытый луч
$x \leq b$		$(-\infty; b]$	луч
$a < x < b$		$(a; b)$	интервал
$a \leq x \leq b$		$[a; b]$	отрезок
$a \leq x < b$		$[a; b)$	полуинтервал
$a < x \leq b$		$(a; b]$	полуинтервал

### Линейная функция $y = kx + b$

	$b > 0$	$b < 0$	$b = 0$	Свойства
$k > 0$				Функция возрастает $(0; b)$ – точка пересечения с $Oy$
$k < 0$				Функция убывает $(0; b)$ – точка пересечения с $Oy$

### Взаимное расположение графиков линейных функций

Функции	Условие для коэффициентов	Взаимное расположение графиков функций
$y = k_1x + b_1$ $y = k_2x + b_2$	$k_1 = k_2, b_1 \neq b_2$	Прямые параллельны
	$k_1 = k_2, b_1 = b_2$	Прямые совпадают
	$k_1 \neq k_2$	Прямые пересекаются

## Формулы сокращенного умножения

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \text{ — разность квадратов}$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ — квадрат разности}$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ — квадрат суммы}$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \text{ — разность кубов}$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \text{ — сумма кубов}$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \text{ — куб разности}$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \text{ — куб суммы}$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$a^4 - b^4 = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$$

**Свойства степени с натуральным показателем ( $m, n, k$  — натуральные числа)**

$$1. (ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$4. (a^n)^m = a^{nm}$$

$$7. 1^n = 1$$

$$2. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \quad b \neq 0$$

$$5. \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}, \quad a \neq 0$$

$$8. 0^n = 0$$

$$3. a^n a^m = a^{n+m}$$

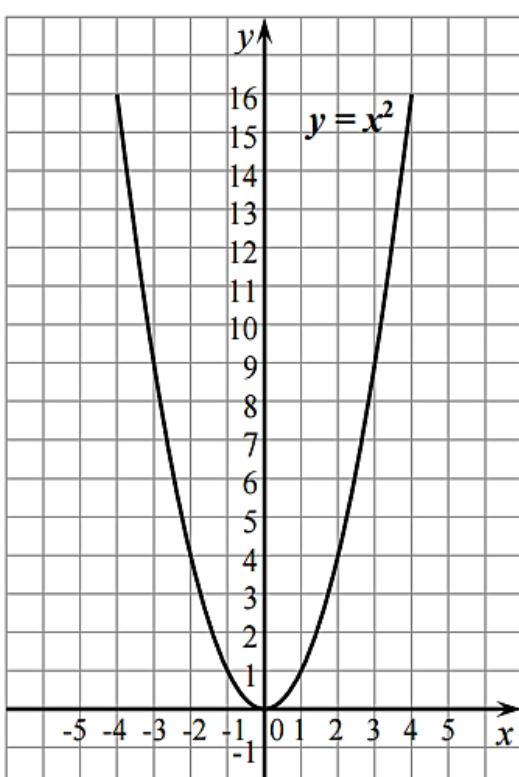
$$6. a^0 = 1$$

$$10. (-1)^{2k} = 1$$

**Функция  $y = x^2$**

<b><math>x</math></b>	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
<b><math>y</math></b>	0	0,25	1	2,25	4	6,25	9	12,25	16	20,25	25

<b><math>x</math></b>	-0,5	-1	-1,5	-2	-2,5	-3	-3,5	-4	-4,5	-5
<b><math>y</math></b>	0,25	1	2,25	4	6,25	9	12,25	16	20,25	25



**Функция  $y = x^2$  — квадратичная**

График — **парабола**, ветви направлены вверх

Точка  $(0; 0)$  — **вершина** параболы

Прямая  $Oy$  — **ось симметрии** параболы

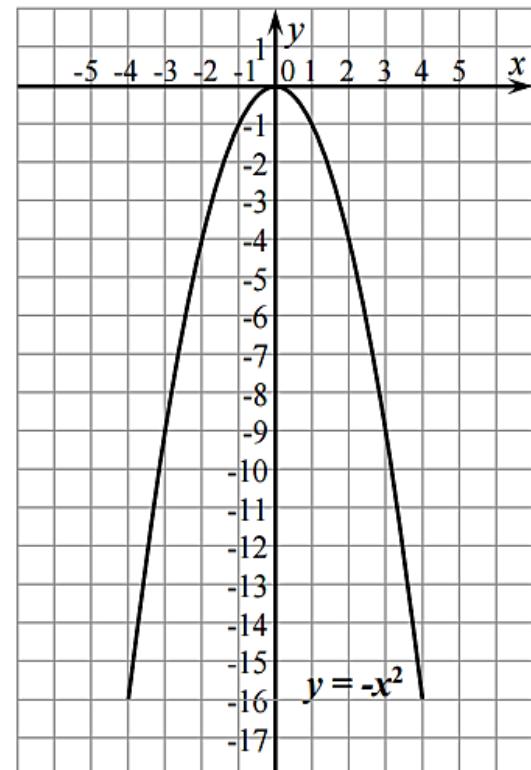
$y_{\text{наим.}} = 0$ ;  $y_{\text{наиб.}}$  — не существует

$y = 0$  при  $x = 0$

$y > 0$  при  $x > 0$  и при  $x < 0$

Функция  $y = x^2$  **возрастает** на луче  $[0; +\infty)$

Функция  $y = x^2$  **убывает** на луче  $(-\infty; 0]$



**Функция  $y = -x^2$  — квадратичная**

График — **парабола**, ветви направлены вниз

Точка  $(0; 0)$  — **вершина** параболы

Прямая  $Oy$  — **ось симметрии** параболы

$y_{\text{наиб.}} = 0$ ;  $y_{\text{наим.}}$  — не существует

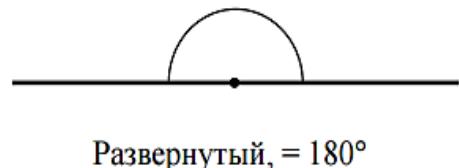
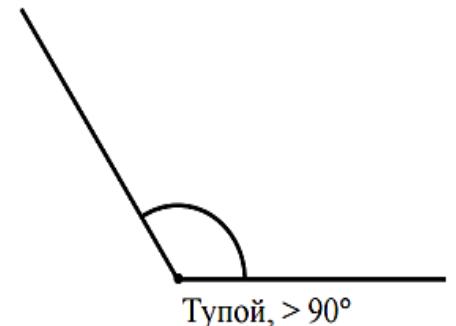
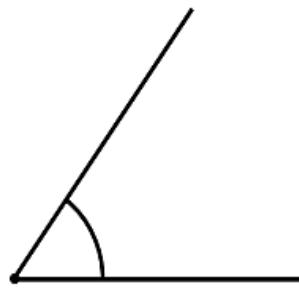
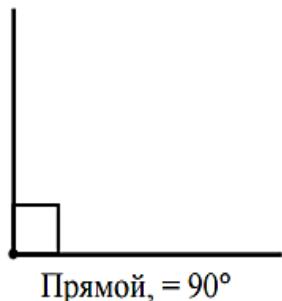
$y = 0$  при  $x = 0$

$y < 0$  при  $x > 0$  и при  $x < 0$

Функция  $y = -x^2$  **возрастает** на луче  $(-\infty; 0]$

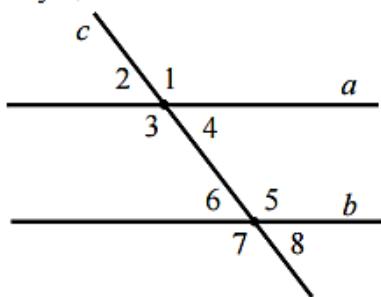
Функция  $y = -x^2$  **убывает** на луче  $[0; +\infty)$

## Классификация углов



Углы при параллельных прямых

$a \parallel b, c$  – секущая



1. Соответственные углы:

$$\begin{aligned} \angle 1 &\text{ и } \angle 5; & \angle 2 &\text{ и } \angle 6; \\ \angle 3 &\text{ и } \angle 7; & \angle 4 &\text{ и } \angle 8. \end{aligned}$$

Соответственные углы равны.

2. Внутренние накрест лежащие углы:

$$\angle 3 \text{ и } \angle 5; \quad \angle 4 \text{ и } \angle 6.$$

3. Внешние накрест лежащие углы:

$$\angle 1 \text{ и } \angle 7; \quad \angle 2 \text{ и } \angle 8.$$

Накрест лежащие углы равны.

4. Внутренние односторонние углы:

$$\angle 3 \text{ и } \angle 6; \quad \angle 4 \text{ и } \angle 5.$$

5. Внешние односторонние углы:

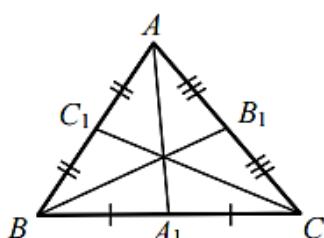
$$\angle 1 \text{ и } \angle 8; \quad \angle 2 \text{ и } \angle 7.$$

Сумма односторонних углов равна  $180^\circ$ .

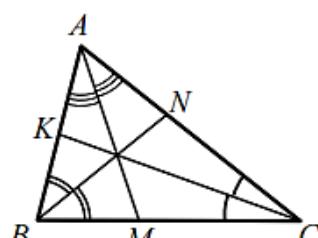
6. Вертикальные углы:

$$\begin{aligned} \angle 1 &= \angle 3, & \angle 2 &= \angle 4; \\ \angle 5 &= \angle 7, & \angle 6 &= \angle 8. \end{aligned}$$

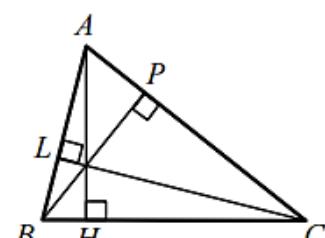
$AA_1, BB_1, CC_1$  – медианы  $\Delta ABC$



$AM, BN, CK$  – биссектрисы  $\Delta ABC$

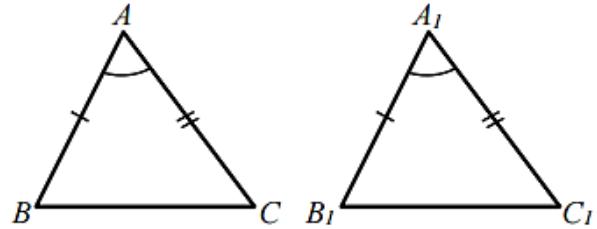


$AH, BP, CL$  – высоты  $\Delta ABC$

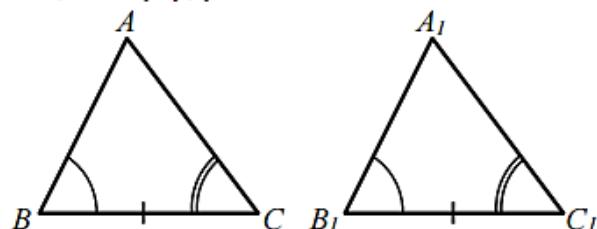


Признаки равенства треугольников

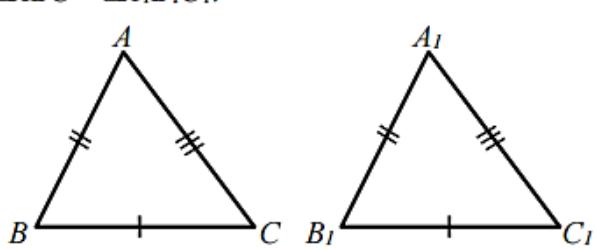
I признак: Если  $AB = A_1B_1, AC = A_1C_1, \angle A = \angle A_1$ , то  $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ .



II признак: Если  $BC = B_1C_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1$ , то  $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ .



III признак: Если  $AB = A_1B_1, BC = B_1C_1, AC = A_1C_1$ , то  $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ .



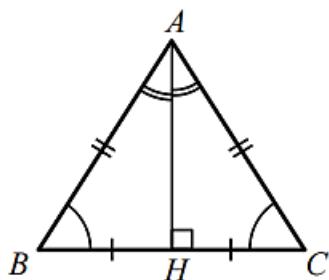
### Равнобедренный треугольник

$AB, AC$  – боковые стороны  $\triangle ABC$

$BC$  – основание  $\triangle ABC$ ,  $AB = AC$ ,  $BH = CH$

$\angle ABH = \angle ACH$ ,  $\angle BAH = \angle CAH$

$AH$  – высота, медиана, биссектриса  $\triangle ABC$

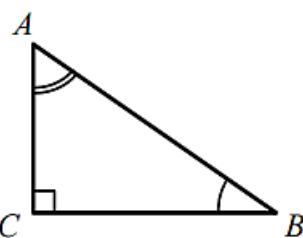


### Прямоугольный треугольник

$AC, BC$  – катеты  $\triangle ABC$

$AB$  – гипотенуза  $\triangle ABC$

$\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A + \angle B = 90^\circ$

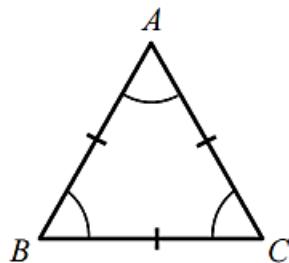


Если  $\angle ABC = 30^\circ$ , то  $AB = 2AC$  или  $AC = \frac{1}{2}AB$

### Равносторонний (правильный) треугольник

$AB = BC = AC$

$\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$



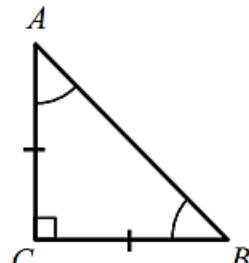
### Прямоугольный равнобедренный треугольник

$AC = BC$  – катеты  $\triangle ABC$

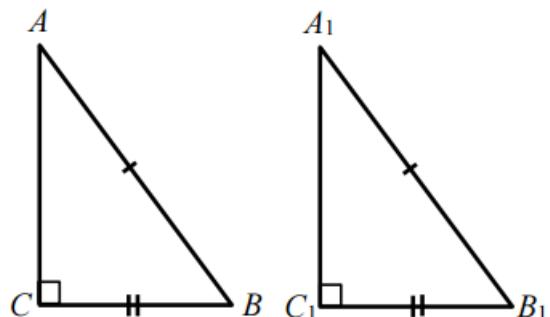
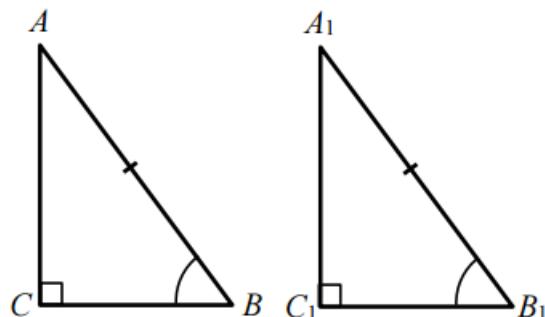
$AB$  – гипотенуза  $\triangle ABC$

$\angle ACB = 90^\circ$ ,

$\angle A = \angle B = 45^\circ$

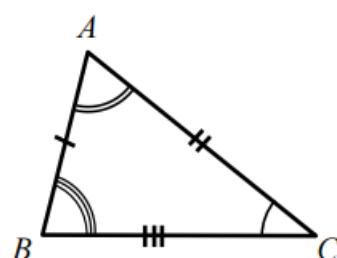


### Признаки равенства прямоугольных треугольников



I признак: Если  $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$ ,  $AB = A_1B_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$ , то  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ .

II признак: Если  $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$ ,  $AB = A_1B_1$ ,  $BC = B_1C_1$ , то  $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ .



### Произвольный треугольник

- Сумма всех углов треугольника равна  $180^\circ$  ( $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ).
- Против большей стороны лежит больший угол, против большего угла – большая сторона.
- Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других ( $AC < AB + BC$ ,  $AB < AC + BC$ ,  $BC < AB + AC$ ).

### Классификация треугольников

Вид треугольника	разносторонний	равнобедренный	равносторонний
остроугольный			
тупоугольный			не существует
прямоугольный			не существует