ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ДОНЕЦКИЙ РЕСПУБЛИКАНСКИЙ ИНСТИТУТ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ»

ОТДЕЛ МАТЕМАТИКИ

О требованиях к письменной работе по геометрии в 11-м классе

Донецк – 2016

Решение задачи по геометрии обычно начинается с составления рисунка. Часто считают, что хороший рисунок – это половина решения задачи. Но что значит хороший?

При изображении плоской фигуры не возникает никаких геометрических проблем: рисунок либо точная копия оригинала, либо представляет подобную фигуру данной по условию.

Совсем иначе обстоит дело с изображением пространственных фигур. Не существует пространственного карандаша, кончик которого оставлял бы след в воздухе, а потому нам приходится вычерчивать изображение фигуры кончиком обыкновенного карандаша по бумаге. Но плоское изображение не может быть точной копией пространственной фигуры. Школьник обычно делает рисунок без правил, копируя образец рисунков учителя, учебников, в которых нередко даны неграмотные изображения пространственных фигур. А поэтому надо четко знать, по каким правилам строить изображение, чтобы при рассмотрении рисунка возникало зрительное впечатление близкое к тому, которое возникает при рассмотрении фигуры оригинала. Необходимо помнить, что на рисунке мы изображаем параллельную проекцию заданного тела на плоскость рисунка, а потому для каждого школьника обязательным является усвоение свойств параллельного проектирования, нарушение которых должно повлечь снижение отметки. При изображении геометрического тела важно сделать, во-первых, удобный рисунок для решения задачи, достаточно крупный (1/4 страницы), на котором были бы видны все линии, отрезки, углы и т.д., которые используются при решении задачи; при этом необходимо учитывать условия видимости линий: невидимые элементы фигур изображать штриховой линией. При этом в процессе составления рисунка необходимо реализовать следующие требования:

a) правильность (изображать фигуру следует одним и тем же методом, используя правила параллельного проектирования),
b) научность (не составлять неграмотных, небрежных рисунков),
c) простота его изображения в условиях его выполнения,
d) полнота.

Определенные требования предъявляются к культуре оформления, что делает стереометрическую задачу наиболее трудоемкой частью письменной работы, содержащей в последнее время на экзаменах от 5 до 12 заданий по разным разделам программы. ОБЫЧНО стереометрическая задача приводится в итоге к планиметрической, поэтому часто бывает полезно отдельно нарисовать сечение или ту плоскую фигуру, которую приходится рассматривать, т.к. на общем рисунке она, как правило, искажена; при этом обязательно надо сохранять те обозначения, что и на общем рисунке.

Главное внимание при оценке решения геометрической задачи обращается на логическое обоснование основных соотношений между элементами фигуры, на которых основано решение (ортогональность, параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей, их свойства и т.д.).

Кроме того, в решении задачи должно быть достаточно четко объяснено построение всех необходимых вспомогательных элементов фигуры (прямых, сечений и.т.п.). Но следует учесть, что слишком подробно изложенные детали рассуждений заслоняют общий ход решения и затрудняют его восприятие при чтении, трудно обозримы. Объяснение построений и доказательство утверждений должны быть ясными, четкими и , по возможности, краткими с ссылкой на известные аксиомы, теоремы, их следствия, опорные факты.

В пояснении рисунка необходимо получить обоснованные ответы на следующие вопросы:

a) положение основания высоты фигуры;
b) изображение угла между прямой и плоскостью;
c) изображение линейного угла двугранного угла, угла между скрещивающимися прямыми;
d) построение сечения фигуры и определение формы сечения, если необходимо вычислить его площадь;
e) расстояние между прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями, точкой и плоскостью (к примеру: расстояние от середины высоты пирамиды до ее боковой грани);
f) положение центра вписанного и описанного шара;
g) дополнительные построения, если они выполнялись, и др.

В действующих учебниках ряд традиционных теорем и следствий из них отнесен к так называемым базисным (опорным) задачам, часто используемых при решении многих других задач. Каждую из них нетрудно доказать, а поэтому их следует отнести к фактам, при обосновании достаточно указать на их очевидность с помощью слов: «известно», «очевидно», «мы знаем», «в таком случае», «поэтому» и др.

Предлагаемые ниже утверждения на уроках геометрии 10-11 кл. должны быть доказаны и хорошо усвоены всеми учащимися. ПЕРЕЧИСЛИМ их:

1) свойство диаметра окружности, перпендикулярного к хорде,
2) свойство диаметра окружности, проведенного через середину хорды,
3) о точке пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника,
4) о пересечении в одной точке высот треугольника,
5) свойство медиан треугольника,
6) свойство противолежащих углов, вписанного в окружность четырехугольника,
7) свойство сторон четырехугольника, описанного около окружности,
8) о равенстве диагоналей, равенстве углов при основании равнобедренной (равнобокой) трапеции,
9) о равенстве отрезков касательных от точки вне окружности до точек касания,
10) об углах с соответственно параллельными (перпендикулярными) сторонами,
11) об измерении угла между касательной и хордой, проходящей через точку касания,
12) свойство биссектрисы угла треугольника,
13) соотношения между отрезками пересекающихся хорд,
14) соотношения в прямоугольном треугольнике,

15) формула площади треугольника (формула Герона),
16) формулы площади треугольника через радиус описанной около него окружности (через радиус вписанной в него окружности),
17) свойство диагоналей параллелограмма,
18) формула площади параллелограмма через его диагонали и синус угла между ними,
19) существование и единственность прямой, перпендикулярной к плоскости,
20) о перпендикулярности прямой пересечения двух плоскостей, каждая из которых перпендикулярна третьей плоскости,
21) о плоскости, проходящей через прямую, параллельную другой плоскости,
22) о перпендикуляре, проведенном в одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостях, к линии их пересечения,
23) о соотношении косинусов трех углов (угол между наклонной и ее проекцией на плоскость, угол между наклонной и прямой, проведенной через основание наклонной в данной плоскости, угол между этой прямой и проекцией данной наклонной соответственно),
24) формула площади боковой поверхности и объема усеченной пирамиды,
25) формула объема усеченного конуса,
26) формула боковой поверхности пирамиды с равно наклоненными гранями к основанию имеет вид: $S = S_0 : \cos\alpha$, где α - величина двугранного угла при основании,
27) формула объема пирамиды, в которую можно вписать шар радиуса r. При решении задач по теме «Многогранники», в частности, в задачах на призму, пирамиду часто приходится пользоваться следующими утверждениями, выражающими свойства этих тел:
28) если боковое ребро призмы образует со смежными сторонами основания равные углы, то оно проектируется на биссектрису угла, образованного этими сторонами,
29) если боковое ребро призмы проектируется на перпендикуляр к какой-нибудь стороне основания, то боковая грань, содержащая эту сторону, является прямоугольником,
30) а) если боковые ребра пирамиды равны,
    б) если боковые ребра пирамиды образуют равные углы с плоскостью основания,
    в) если равны углы между боковыми ребрами и высотой пирамиды, ТО ВЕРШИНА пирамиды ПРОЕКТИРУЕТСЯ в ЦЕНТР ОКРУЖНОСТИ, ОПИСАННОЙ ОКОЛО ЕЕ ОСНОВАНИЯ,
31) вершина пирамиды проектируется в ЦЕНТР вписанной окружности, если:
    а) двугранные углы при основании пирамиды равны,
    б) высоты боковых граней равны,
    в) высоты боковых граней образуют равные углы с высотой пирамиды,

32) если боковая грань пирамиды перпендикулярна к плоскости основания, то высота этой пирамиды лежит в этой грани и проектируется на сторону основания этой грани,
33) если боковое ребро пирамиды перпендикулярно к плоскости основания, то оно является высотой пирамиды, а грани, содержащие это ребро, перпендикулярны к основанию пирамиды,
34) если боковое ребро пирамиды образует со смежными сторонами основания равные углы, то высота пирамиды проектируется на биссектрису угла между этими сторонами.
35) высота правильной пирамиды проектируется на апофему боковой грани пирамиды,
36) если в усеченную пирамиду можно вписать шар радиуса r, то пирамиды и призмы, вписанные в круглые тела или описанные около них, обладают некоторыми свойствами, которыми приходится пользоваться при решении задач.

ПЕРЕЧИСЛИМ важнейшие из них:

1) если в призму (не обязательно прямую) вписан шар, то
а) высота призмы равна диаметру шара,
б) точки касания шара с боковыми гранями лежат на сечении призмы, проходящем через центр шара перпендикулярно боковым ребрам, т.о., точки касания боковых граней лежат на окружности большого круга шара,
2) если в призму можно вписать прямой круговой цилиндр, то призма – прямая и ее боковое ребро равно образующей цилиндра, а в основание призмы можно вписать круг,
3) если шар можно вписать в пирамиду, то биссектрисы линейных углов двугранных углов при основании пересекаются в одной точке, центр шара лежит на высоте пирамиды,
4) если в пирамиду можно вписать прямой круговой конус, то в основание пирамиды можно вписать круг, а высота пирамиды проходит через центр этого круга. Касание в этом случае происходит по образующим конуса, идущим в точки касания со сторонами основания; эти образующие служат высотами боковых граней пирамиды.
5) Если призма вписана в шар, то: а) призма прямая, б) около основания можно описать круг. Центр шара лежит на середине высоты, проведенной через центр описанного около основания круга.
6) Если призма вписана в прямой круговой цилиндр, то она прямая и ее высота равна образующей цилиндра, а основание призмы является вписанным многоугольником в основании цилиндра.
7) Если можно описать шар около пирамиды, то около ее основания можно описать круг, а центр шара лежит на перпендикуляре к плоскости основания, проведенном через центр этого круга.

В задачах на пирамиды в сочетании с вписанными или описанным конусом очень часто приходится пользоваться свойствами, указанными в следующих утверждениях:

1) боковые ребра пирамиды равны,
2) боковые ребра пирамиды одинаково наклонены к плоскости основания,
3) боковые ребра образуют одинаковые углы с высотой пирамиды,
4) около основания пирамиды можно описать окружность, и высота пирамиды проходит через ее центр,
5) двугранные углы при основании пирамиды равны,
6) в основание пирамиды можно вписать окружность и высота пирамиды проходит через ее центр,
7) высоты боковых граней пирамиды равны.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА КОМБИНАЦИЮТЕЛ.

1) Пирамида и шар;
2) Пирамида и конус;
3) Призма и цилиндр; призма и шар;
4) Цилиндр и шар;
5) Конус и шар;
6) Усеченный конус и шар и др.

Нередко учащиеся к таким задачам выполняют рисунок той комбинации, о которых идет речь в задаче без соблюдения тех необходимых требований, которые предъявляются к задачам по геометрии. Этого не следует делать. При решении задач на комбинацию тел можно обойтись рисунком осевого сечения. Перечислим такие задачи:

1) правильная пирамида с писанным в нее шаром;
2) конус с вписанным в него шаром;
3) усеченный конус с вписанным в него шаром;
4) шар с вписанным в него конусом;
5) цилиндр с вписанным в него шаром;
6) цилиндр с вписанным около него шаром.

В каждой из указанных ситуаций требуется кратко пояснить выполненный рисунок, а так же положение центра шара (положение центра большого круга шара).

При решении задач на комбинацию пирамиды и конуса так же нет необходимости выполнить рисунок данной комбинации. Так например, если имеем дело с пирамидой и конусом, вписанным в него, то достаточно выполнить рисунок пирамиды, затем указать положение центра основания конуса и его высоты, назвать радиус. Одним словом, в каждом случае необходимо заботиться о выигрыше во времени и о выполнении требований к выполнению рисунка, указанных выше.